

Vine Copula 모형에 기반한 손해보험사의 손해액 통합리스크 측정*

Measuring Aggregated Risk of Losses of Non-life Insurance Companies based on the Vine Copula Model

최 양 호** · 안 다 은*** · 심 현 우****

Yang Ho Choi · Daeun Ahn · Hyunoo Shim

보험사의 손해액에 대한 통합리스크는 개별 보험종목에서 발생하는 리스크와 보험종목 간 의존 구조를 고려하여 측정해야 한다. 기존 연구의 손해액 통합리스크 측정방법으로는 리스크양들에 각각의 리스크계수들을 곱하고 상관계수로 결합하는 요인 방식, 리스크 요인의 변동 시 발생하는 손실금액의 변화를 측정하는 충격 방식이 대표적으로 존재한다. 이에 반해 본 연구는 보험종목 간 의존성을 Vine Copula 함수로 모형화하는 방식을 통해 그러한 통합리스크를 분석한다. 한국 손해보험사들의 전체 월별 손해액을 네 개의 보험종목으로 구분하여 기초 자료를 구성한 후, 일변량 VaR(uVaR)들의 단순합산리스크 모형(SuVaR)과 Copula 다변량 VaR(mVaR)의 통합리스크 모형(AmVaR)의 위험량을 산출한다. 분석결과, 보험종목 간의 독립성을 가정하여 각 보험종목 손해액 분포에만 적합한 uVaR보다 그렇지 않은 mVaR값이 더 크며, Copula 모형이 의존 구조를 더 유연하게 반영하기 때문에 리스크들을 통합적으로 측정하는 데에 더 적합할 것으로 기대된다. 그리고 AmVaR가 가장 크고, 분산-공분산 VaR가 가장 작으며, SuVaR는 그 둘 사이의 크기를 갖는다. 낮은 신뢰수준에서 높은 신뢰수준으로 갈수록 방법론별 합산손해액 VaR 차이가 커진다.

국문 색인어: 통합리스크 측정, Vine Copula, 다변량 VaR, 손해보험, 합산손해액

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B051605, B051608, C030805

* 본 연구는 삼일회계법인의 공식적인 의견과 다를 수 있음을 밝힙니다.

** 한양대학교 보험계리학과 교수(ychoi@hanyang.ac.kr), 제1저자

*** 한양대학교 금융보험학과, 삼일회계법인(daeun.ahn@pwc.com), 공동저자

**** 한양대학교 보험계리학과 부교수(hyunooshim@hanyang.ac.kr), 교신저자

논문 투고일: 2022. 8. 26, 논문 최종 수정일: 2022. 10. 25, 논문 게재 확정일: 2023. 2. 16

I. 서론

최근 제도 및 규제 변화로 보험사의 리스크 간 의존성에 대한 관심이 고조되고 있다. 예를 들어, 지난 2020년 4월 금융감독원은 보험업감독규정을 개정하여 보험상품에 내재된 금리변동 관련 시장위험을 보험위험과 함께 재보험사에 전가할 수 있는 공동재보험 제도를 도입하였다(금융감독원 2020). 이러한 제도의 시행은 재보험사에 이전할 수 있는 리스크의 종류가 다양화되어 보험사의 자본관리 수단이 확대된다는 데에 의의가 있고, 보험사가 통합적으로 위험을 관리하게 하는 유인이 늘어난다는 점을 시사한다. 좀 더 일반적으로 보면 2023년부터 시행되는 회계기준 제 1117호 ‘보험계약’과 ‘신지급여력제도’(이하, ‘K-ICS’라 함)는 보험회사가 부채를 시가로 평가하도록 요구하는데, 이에 따라 보험회사가 부채인 보험계약 가치를 측정할 때 다양한 리스크 요인을 반영해야 한다. 이처럼 보험 산업을 둘러싼 환경의 변화로 리스크의 계량화 방법, 통합적 리스크 측정 방법론에 대한 다양한 논의가 이루어지고 있는데, 본 논문에서는 코플라(Copula) 기반 다변량 VaR 모형을 이용한 보험리스크 측정 방법론에 대해 논의하고자 한다.

여러 종류의 리스크를 결합하기에 앞서, 우선 손실액에 대해 확률분포함수를 적합할 필요가 있다. 각 보험종목별 손해액에 대해서는 개별적인 일변량 분포로 모형화할 수 있다. 여러 분포 중에서 특히 normal, lognormal, Weibull(박수남·김영재 2014), logistic, gamma(김명준·김영화 2009) 및 normal inverse Gaussian(김태우·송성주 2011) 분포 등이 금융 자료나 개별적인 특정 보험종목의 손해액에 대한 확률분포함수로써 적합한 것으로 알려져 있다.

다양한 보험종목을 보유하는 보험회사의 총손해액은 여러 리스크를 포함한다. 통합리스크관리(Integrated risk management) 관점에서는 여러 종류의 보험종목에서 발생하는 손해액의 위험을 통합적으로 측정하는데, 이 때 보험종목 간의 의존 구조를 적절히 반영해야 한다. 그 중 기본적인 전통적인 위험관리 방법론으로써 개별 정규분포의 선형적 의존관계 및 다변량 정규분포를 가정하여 위험을 결합하는 방법이 있다. 예를 들어, 조용운·조재린(2012)은 공분산을 이용하여 자동차보험의 세 가지 담보의 위험을 통합하였다. 김용덕·이근철(2004)은 손해보험의 시장리스크에 영향을 미치는 개별변수들의 Value-at-Risk(이하,

‘VaR’이라 함)를 분산-공분산 방식(Variance-covariance method)으로 결합하여 시장리스크를 측정하였다. 한국의 경우 규정 중심(Rule-based)인 기존의 지급여력제도(Risk Based Capital; 이하, ‘RBC’라 함)나 새로운 K-ICS의 표준모형하에서는 개별위험에 상관계수를 곱하여 위험액을 산출하는 방식이 적용된다(금융감독원 2021). 한편 Embrechts et al.(1999)은 특정 주식수익률들의 포트폴리오와 같이 다변량 확률변수의 분포가 정규분포 또는 타원분포(Elliptical distribution)를 따르며 포트폴리오가 개별위험의 선형적인 집합으로 표현할 수 있는 경우에는 VaR 위험관리가 분산을 통한 위험관리와 동일하다고 보았으며, 그 경우에는 개별위험의 분산과 가중치 및 상관계수 행렬이 모든 의존성 구조를 설명할 수 있음을 보여주었다. 그러나 그 이외의 경우에는 상관계수 행렬만으로 의존성을 모두 설명하는 것에는 주의를 기울여야 한다고 하였다.

다른 리스크통합 방법으로는 시나리오 기반 접근법(Scenario-based approach)이 있는데, 이는 특정 시나리오를 작성한 후 시뮬레이션 계산을 수행하고 그 결과를 종합하여 리스크를 측정하는 방식이다(이명환 2011). 예를 들어, 조재훈(2020), 장성원 외(2021)는 확률적 이자율과 사망률 시나리오에 기반을 두어 장수리스크를 측정하였고, 오창수·문성철(2012)은 담보별로 시나리오 기반 위험을 측정한 뒤 상관계수 행렬을 적용하여 위험을 통합하였다. 그러나 위험변수의 장기적 시나리오가 리스크 측정에 중요한 생명보험과 달리 손해액의 단기적 변동성이 리스크 측정에 중요한 손해보험에 대해서는 시나리오보다는 확률적 분포가 더 중요할 수 있다.

Copula 모형은 금융과 보험 분야에서 위험자산/리스크 요인 간의 일반적 상관성을 고려하여 확률분포를 모형화하는 기법 중 하나이다. 금융 분야에서 김명직·신성환(2003)은 국고채 수익률과 회사채 수익률을 이변량 t코플라로 모형화하는 시도를 하였고, 최가현(2004)은 신용위험에 노출된 자산 간의 결합 부도위험을 이변량 코플라로 모형화하였다. 생명보험 분야에서 이삭 외(2013)와 고방원 외(2014)는 두 사람의 사망위험이 결합된 연생보험을 코플라 함수로 모형화하고 준비금을 산출하였으며, 김도영 외(2014)는 거기에 더하여 공통충격이 가해진 연생보험의 위험을 분석하였다. 반면, 손해보험 분야에서 최창희 외(2013)는 강수 횟수와 강수량, 두 확률변수의 상관성을 코플라를 이용하여 모형화하고 강수보험의 가격을 결정하였으며, 김명석(2018)은 자연재해로 인한 총 피해액의 위험

을 측정하기 위하여 코플라를 사용하였다. 한편 재보험 부문에서 박상균·송성주(2019)는 코플라 함수를 이용하여 의존성을 반영한 손해보험의 재보험료를 산출하였다.

보험부채 포트폴리오에 따라 보험리스크의 보험종목 간 의존성 구조가 다양할 수 있음에도 불구하고 상기 연구들에서는 다소 제한적인 함수형태의 코플라를 전체 의존구조를 설명하는 데에 사용하였다는 점에서 연구의 한계가 존재한다. 예를 들어, 타원형 코플라 함수(Elliptical Copula)군에 속하는 가우시안 코플라(Gaussian Copula)나 t-코플라는 꼬리부분의 의존성을 설명할 수 없으며, 아르키메디안 코플라는 한 두 개의 모수만으로 그 의존성을 다룬다. 그래서 최기흥·윤성민(2019)과 김진영 외(2016)는 그 두 유형 이외의 다양한 코플라 함수를 테스트해 보기도 하였다. 이렇게 전통적으로 다루어져왔던 타원형 코플라나 아르키메디안 코플라(Archimedean Copula) 대신, Vine Copula는 의존 구조를 좀 더 유연하고 폭넓게 반영할 수 있기 때문에(Kurowicka and Joe 2010), 그런 관점에서 본 연구에서는 다변량 정규분포나 타원분포와 같은 제한된 구조 가정을 적용하지 않는 모형 중 하나인 Vine Copula를 이용하여 확률변수 사이의 의존성을 모형화하고자 한다.

지급여력을 산출하기 위해서는, 보험종목별 손실분포 간의 의존성을 반영한 Vine Copula 다변량 손해액 모형을 세운 후 그 손해액을 총보험리스크로 통합하여 나타낼 수 있는 리스크측도가 필요하다. Nappo and Spizzichino(2009), Embrechts and Puccetti(2006) 및 Cousin and Bernardino(2013)는 다변량에 대한 리스크측도 중 하나인 다변량 VaR를 정의하였다. 이론적으로 다변량 VaR는 일차원에서 0차원 경계점을 갖는 기존의 단변량 VaR의 정의를 d차원에서 (d-1)차원 경계를 갖는 다변량 값으로 확장한 개념으로 정의된다. 현실적으로는 그 경계 부근에서 VaR의 상한값과 하한값을 정의한 후, 시뮬레이션을 통해 그 경계층에 속한 표본들로부터 그 VaR값을 결정하게 된다. 본 연구에서는 한국 손해보험사 전체 손해액을 표본으로 하고, 이를 토대로 다변량 손해액 통합 모형을 구축한 후, 이 분포를 시뮬레이션한 표본을 이용하여 최종적으로 다변량 VaR값을 산출하고 분석하고자 한다.

본 연구는 다음과 같이 구성되어 있다. 제2장에서는 본 연구에 쓰인 분석모형인 Vine Copula 모형과 위험측도인 다변량 VaR를 정의하고, 제3장에서는 한국 손해보험사의 보험종목별, 월별 손해액 데이터를 이용하여 기술적 자료분석을 수행하며 보험종목별로 적

합한 모수분포를 구한다. 제4장에서는 Vine Copula 모형을 이용한 의존 구조를 평가하고, 시뮬레이션을 통해 다변량 VaR를 산출한 후 이를 단변량 VaR와 비교하여 분석한다. 마지막 제5장에서는 본 연구의 주요 내용을 요약하고 한계점 및 향후 연구방향을 제시한다.

II. 손해액 통합리스크 측정 모형

본 연구에서는 손해보험사의 전체 보험 종목을 자동차보험, 일반보험, 장기보험, 개인연금, 이 4개의 종목으로 분류하고, 네 보험 종목 손해액의 위험에 대한 다변량 결합분포를 다루고자 한다. 다변량 결합분포는 Copula 함수를 이용하여 모형화할 수 있다(Cherubini et al. 2004). Copula 모형은 확률변수 간의 의존성을 결합분포함수로 반영하여 의존 구조를 개별 변수의 확률분포와 분리하여 분석할 수 있다는 장점이 있다. 그 중에서도 Vine Copula는 변수들 간의 의존성이 복잡한 경우에 순차적으로 그 의존성을 구조화하여 추적 가능하게 하는 특징이 있다.

1. Vine Copula

Copula는 1959년 Sklar(1959)가 Copula에 대한 정의 및 특성을 정리하면서 그 현대적 이론이 정립되었다(Schweizer 1991). Sklar 정리는 Copula가 결합분포함수인데 이 결합분포함수가 한계분포함수들과 함께 묶여지면 다른 Copula로 확장 가능하며, 그렇게 되도록 하는 유일한 하부 Copula로 표현 가능하다는 것이다(Jaworski et al. 2010). 결합분포함수인 $F(x, y) = C(F_1(x), F_2(y))$ 를 각 한계분포함수와 Copula 함수 c 로 분리하여, 결국 Copula만이 X 와 Y 사이의 결합(Association)을 설명하는 요소가 된다. 즉 Copula는 F_i 로 표현되는(i 는 각 차원) 각 한계분포의 양상을 결합 형태와 분리해낸다. 반대로, 분포함수를 통해 결합분포를 표현하는 일반적인 방식으로는 두 변수를 구분할 수 없다. 이러한 이유로 Copula는 의존함수(Dependence function)라고 불리기도 한다. 따라서 결합누적확률을 한계누적확률로 표현하는 확률적 표현을 Copula의 확률적 해석

이라고 부르기도 한다.

Joe(1996)는 Copula 중 하나인 Vine Copula를 처음으로 제안하였고, Bedford and Cooke(2002)은 이를 시각화하여 정리하였다. Vine Copula는 쌍 Copula 구조(Pair Copula Construction; 이하, 'PCC'라 함)로도 불리는데, 이는 변수 간의 복잡한 의존성을 유연하고 추적 가능하게 반영하기 위하여 임의의 벡터들을 조건부 랜덤 변수의 쌍으로 분해하여 결합 분포를 모델링하기 때문이다(Tagasovska et al. 2019). Vine Copula 모형의 모수추정 이론은 Aas et al.(2009) 등에 의해 개발되어 잘 알려져 있다. 기존의 다변량 Copula가 분포의 중심과 꼬리 부분 모두의 의존 구조를 반영해야 하는 금융 데이터에 적용하는 데에 한계가 있었던 반면, Vine Copula는 PCC 모델을 적용할 때 building block으로 사용할 수 있는 이변량 Copula에 제한이 없다. 따라서 다변량 분포와 Copula를 매우 광범위하게 구성할 수 있고 그런 의미에서 Vine Copula가 유연하다고 할 수 있다. 반면, 모형의 강건성이 부족할 수 있다는 단점이 있다.

Vine Copula에서 다변량 분포를 분해할 때는 다변량 밀도 함수를 조건부 밀도함수의 곱으로 재귀하여 분해(Recursive decomposition)한다. 쌍 Copula 분해(Pair Copula Decomposition; 이하, 'PCD'라 함)는 변수 $i, j, i_1, \dots, i_k$ 의 한계 밀도함수 f_k 에 대한 결합밀도함수를 조건부 분포함수 $F(x_i|x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ 와 $F(x_j|x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ 에 대한 쌍 Copula 밀도함수 $c_{i,j|i_1, \dots, i_k}(\cdot, \cdot)$ 로 분해하는 것을 말한다. PCD는 덩굴나무(Vine tree) 연결구조라고 부르는 방향성 없는 꼭짓점들을 가진, 연결된 지분 나무(Nested trees)의 나열로 도식화할 수 있다. 덩굴나무는 두 가지로 나뉘는데, Drawable Vine tree(이하, 'D-Vine tree'라 함)는 모든 꼭짓점들이 1개나 2개의 연결선을 가지고, Canonical Vine tree(이하, 'C-Vine tree'라 함)는 특정한 꼭짓점 하나가 최대의 연결선을 가지는 구조이다. 본 연구에서는 Bedford와 Cooke이 제안한 D-Vine tree를 사용한다.

자동차보험, 일반보험, 장기보험, 개인연금의 각 종목(i)의 손해액에 해당하는 확률변수의 관측값을 x_i 라고 하고 각각에 대한 단변량 확률밀도함수가 $f_i(x_i)$ 라고 하자. 다변량 결합분포함수 $f(u_1, u_2, u_3, u_4)$ 는 다음 식 (1)과 같이 적을 수 있다.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)C(u_1, u_2, u_3, u_4). \quad (1)$$

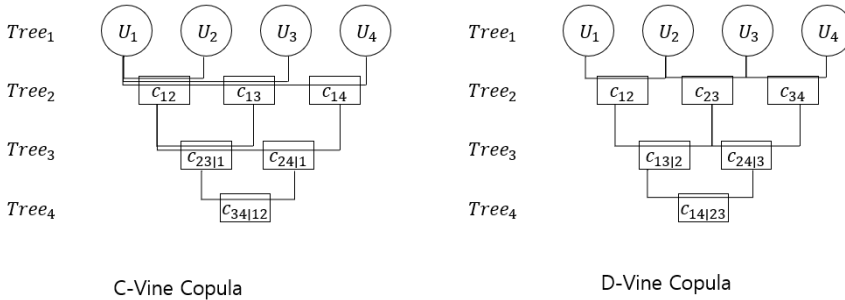
여기서 $u_i = F_i(x_i)$ 는 일변량 분포함수이며, $C(u_1, u_2, u_3, u_4)$ 는 4차원 Copula 함수를 의미한다. 이 Copula 함수는 C-Vine 코플라냐, D-Vine 코플라냐에 따라 각각 다음 식 (2)와 식 (3)으로 구분된다.

$$\begin{aligned} C(u_1, u_2, u_3, u_4) &= c_{12}(u_1, u_2)c_{13}(u_1, u_3)c_{14}(u_1, u_4) \\ &\quad \times c_{23|1}(u_{2|1}, u_{3|1})c_{24|1}(u_{2|1}, u_{4|1}) \\ &\quad \times c_{34|12}(u_{3|12}, u_{4|12}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C(u_1, u_2, u_3, u_4) &= C_{12}(u_1, u_2)C_{23}(u_2, u_3)C_{34}(u_3, u_4) \\ &\quad \times C_{13|2}(u_{1|2}, u_{3|2})C_{24|3}(u_{2|3}, u_{4|3}) \\ &\quad \times C_{14|23}(u_{1|23}, u_{4|23}). \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $u_{i|j} = F_{i|j}(x_i|x_j)$ 는 조건부 일변량 분포함수이다. Vine Copula는 타 다차원 Copula와 다르게 변수를 하나의 의존구조로 결합하는 것이 아니라, 두 변수의 의존 구조를 모델링한 후 순차적으로 결합하는 방식으로 변수 간의 의존성을 반영한다. 이 C-Vine Copula와 D-Vine Copula의 나무구조는 각각 <Figure 1>의 왼쪽 그림, 오른쪽 그림과 같다.

<Figure 1> Tree structure of C-Vine Copula (left) and D-Vine Copula (right)



D-Vine tree는 변수의 개수가 T 일 때, 각각의 연결점($T - 1$ 개)에서 최대 2개의 연결선을 갖는다. 2절에서는 다변량 VaR 위험측도를 이용하여 위험량을 측정하는 방법론을 설명한다.

2. 다변량 VaR

일변량 VaR는 특정 신뢰수준 c 에 대하여 일정기간 동안의 최대 손실가능액(the worst loss)을 의미한다(Jorion 2006). 유의수준이 $\alpha (= 1 - c)$ 일 때 어떤 포트폴리오가 가질 수 있는 손실액의 VaR는 다음 식 (4)와 같이 정의된다(Byun and Song 2021).

$$P(\text{Loss of Portfolio} \leq VaR) = 1 - \alpha = c. \quad (4)$$

가치의 확률분포 관점에서 보면 다음과 같다. 해당 포트폴리오의 가치에 관한 확률분포 함수를 알고 있고 그 확률분포함수를 $f(w)$ 라고 하자. 신뢰수준 c 에서 평가한 포트폴리오의 가장 낮은 가치 $-W^*$ 인 VaR는 다음 식 (5)를 만족한다. 즉 VaR는 가치 분포의 분위 수(Quantile)이다.

$$c = \int_{-W^*}^{\infty} f(w)dw. \quad (5)$$

일변량 VaR는 포트폴리오 가치의 위험을 한 숫자로 표현할 수 있으므로 직관적이라는 장점이 있다. 그러나 일반적 보험부채 포트폴리오는 여러 보험종목 또는 여러 위험을 포함하므로, 이러한 단일 종목 손해액의 VaR를 다수 종목 손해액에 대한 VaR로 일반화할 필요가 있다.

Nappo and Spizzichino(2009)와 Embrechts and Puccetti(2006)는 일반화된 VaR를 제시하였다. 결합확률밀도함수와 그 생존함수를 범위 $\mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$ 에서 정의된 G 와 $\overline{G}$ 로 각각 표시할 때, 이 방법은 다변량 하한(Lower-Orthant; 이하, 'LO'라 함)-VaR인 $\underline{VaR}_\alpha(G)$ 와 다변량 상한(Upper-Orthant; 이하, 'UO'라 함)-VaR인 $\overline{VaR}_\alpha(\overline{G})$ 를 각각 다음 식 (6), (7)로 정의한다.

$$\underline{VaR}_\alpha(G) = \partial\{x \in \mathbb{R}^d : G(x) \geq \alpha\}, \quad (6)$$

$$\overline{VaR}_\alpha(\overline{G}) = \partial\{x \in \mathbb{R}^d : \overline{G}(x) \geq 1 - \alpha\}. \quad (7)$$

이 때 $x \in \mathbb{R}^d$ 이고 ∂A 는 집합 A 의 경계를 의미한다. 위의 정의에 따라 계산된 다변량 VaR들은 하나의 값이 아니라 조건에 해당하는 집합의 경계값들이기 때문에, 2차원 이상의 경우 경계에서 무한개의 VaR값을 갖는다. 이는 해석상의 용이함과 직관성이라는 기존의 일변량 VaR의 장점을 반감시킨다.

그래서 Cousin and Bernardino(2013)는 $\mathbb{R}_+^d$ 내의 한 점인 $x_+ = \max\{x, 0\}$ 들에 초점을 맞추고 집합 $\partial\{x \in \mathbb{R}^d : G(x) \geq \alpha\}$ 와 $\partial\{x \in \mathbb{R}^d : \bar{G}(x) \geq 1 - \alpha\}$ 를 만족하는 x 의 조건부 평균값으로 하나의 다변량 VaR를 정의하는 방법을 제시하였다. 구체적으로 말해서 이 방법은 다음과 같다. 분포함수 F 와 그 생존함수 $\bar{F}$ 를 가지는 임의의 $\mathbb{X} = (X_1, \dots, X_d)$ 에 대해 유의수준 α 에서 $\underline{L}(\alpha) := \{x \in \mathbb{R}_+^d : F(x) \geq \alpha\}$ 이고 $\bar{L}(\alpha) := \{x \in \mathbb{R}_+^d : \bar{F}(x) \leq 1 - \alpha\}$ 일 때, 이 방법은 LO-VaR와 UO-VaR를 각각 다음 식 (8), (9)로 정의한다.

$$\underline{VaR}_\alpha(\mathbb{X}) := E[\mathbb{X} | \mathbb{X} \in \partial \underline{L}(\alpha)] = \begin{pmatrix} E[X_1 | \mathbb{X} \in \partial \underline{L}(\alpha)] \\ \vdots \\ E[X_d | \mathbb{X} \in \partial \underline{L}(\alpha)] \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$\overline{VaR}_\alpha(\mathbb{X}) := E[\mathbb{X} | \mathbb{X} \in \partial \bar{L}(\alpha)] = \begin{pmatrix} E[X_1 | \mathbb{X} \in \partial \bar{L}(\alpha)] \\ \vdots \\ E[X_d | \mathbb{X} \in \partial \bar{L}(\alpha)] \end{pmatrix}. \quad (9)$$

만약 어떤 누적분포함수 F 가 정규조건(regularity condition)¹⁾을 만족하면 $\partial \underline{L}(\alpha) = \{x \in \mathbb{R}_+^d : F(x) = \alpha\}$ 는 α 수준에서의 F 의 집합이고 $\partial \bar{L}(\alpha) = \{x \in \mathbb{R}_+^d : \bar{F}(x) = 1 - \alpha\}$ 는 $(1 - \alpha)$ 수준에서의 $\bar{F}$ 의 집합이 된다. 이 경우, 위의 다변량 VaR에 대한 정의식 (8), (9)를 각각 다음 식 (10), (11)과 같이 재정의할 수 있다.

$$\underline{VaR}_\alpha(\mathbb{X}) := E[\mathbb{X} | F_{\mathbb{X}}(\mathbb{X}) = \alpha] = \begin{pmatrix} E[X_1 | F(\mathbb{X}) = \alpha] \\ \vdots \\ E[X_d | F(\mathbb{X}) = \alpha] \end{pmatrix}, \quad (10)$$

1) 정규조건은 $F(x_1, \dots, x_d)$ 가 $\mathbb{R}_+^d / (0, \dots, 0)$ 에서 증가하는 함수이고 $i = 1, \dots, d$ 에 대하여 $E(X_i) < \infty$ 일 때를 의미한다(Cousin and Bernardino 2013).

$$\overline{VaR}_\alpha(\mathbb{X}) := E[\mathbb{X} | \overline{F}_X(\mathbb{X}) = 1 - \alpha] = \begin{pmatrix} E[X_1 | \overline{F}_X(\mathbb{X}) = 1 - \alpha] \\ \vdots \\ E[X_d | \overline{F}_X(\mathbb{X}) = 1 - \alpha] \end{pmatrix}. \quad (11)$$

특히 다변량 VaR를 실무적으로 산출하기 위해서는 다음 시뮬레이션 과정을 수행한다. Feller의 Limit procedure(Feller 1966)를 적용하고 조건부 확률의 추정치를 시뮬레이션하면, 식 (10), (11)이 각 i 에 대하여 아래 식 (12), (13)이 된다(Cousin and Bernardino 2013).

$$E[X_i | F_X(\mathbb{X}) = \alpha] = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} E[X_i | \alpha < F_X(\mathbb{X}) \leq \alpha + 1/\epsilon], \quad (12)$$

$$E[X_i | \overline{F}_X(\mathbb{X}) = 1 - \alpha] = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} E[X_i | 1 - \alpha - 1/\epsilon \leq \overline{F}_X(\mathbb{X}) \leq 1 - \alpha]. \quad (13)$$

여기서 $\epsilon > 0$ 조건을 만족하는 충분히 큰 ϵ 을 선택한 후, 사전에 선택한 다변량 분포모형으로부터 시뮬레이션한 샘플의 조건부 평균 Monte-Carlo 추정치가 시뮬레이션 다변량 VaR이다. 단, ϵ 이 커질수록 해당 조건을 만족하는 시뮬레이션값이 적어지므로, 필요한 데이터의 부족으로 샘플 평균의 값은 불안정해질 수 있다. 다음 제III장에서는 자동차보험(X_1), 일반보험(X_2), 장기보험(X_3), 개인연금(X_4)의 월별 손해액(확률변수 X_i)에 대하여 앞에서 적합시킨 Vine Copula 모형으로부터 자료를 시뮬레이션하고, 시뮬레이션 샘플로부터 다변량 VaR를 추정한다.

III. 자료 및 기술 분석

본 연구는 보험통계조회서비스(Insurance Statistics Consumer Service; INCos)가 제공하는(보험개발원 2022) 2010년 11월부터 2020년 11월까지 10년간 전체 손해보험사의 실제 월별 손해액 자료를 사용한다. 월별 손해액은 보험통계월보상 계약 및 손해상황표의 월별 발생손해액 데이터를 의미하는데, 해당 통계표는 손해보험회사가 한국 보험업감독업무시행세칙에서 정한 양식에 의해 금융감독원에 정기적으로 제출하는 업무보고서를 기준으로 한다. 이 때 월별 손해액의 결산자료는 하나의 통계연도 안에서 연초부터 누

적된 값으로 제공되기 때문에, 전월과 당월 누적값의 차이를 구하여 당월 손해액값을 산출한다. 그리고 보험통계조회서비스에서는 손해액의 표기단위가 천 원인데, 본 논문에서는 독자의 용이한 이해를 위하여 백만 원(106KRW) 또는 십억 원(109KRW) 단위로 손해액을 나타낸다.

기간이 10년인 장기 데이터이므로, 월별 손해액 데이터에서 물가 변동의 영향을 제거한다. 통계청의 소비자물가지수(Consumer Price Index; 이하, 'CPI'라 함)를 사용하여 2015년의 CPI를 기준으로 각 연도의 물가수준을 반영해서 월별 손해액을 조정한다. 예를 들어, 통계표 상 전국의 2015년 소비자물가지수를 100이라고 할 때, 2020년 11월의 CPI는 105.45이다. 2020년 11월의 가중치를 1로 설정하면, 2015년의 가중치를 약 1.0545로 하여 2015년 월별 손해액에 곱해줌으로써 물가 수준의 차이를 제거한다.

보험통계조회서비스는 전체 손해보험사에 대해 그 월별 손해액 데이터를 화재, 해상, 자동차, 보증, 기술, 책임, 상해, 종합, 기타특종, 권원, 해외원보험, 장기, 개인연금, 퇴직보험, 부수사업, 자산연계형으로 분류하여 제공한다. 이 중 비중이 미미한 부수사업은 제외한다. 또한 퇴직연금은 김해식 외(2020)가 타 보험 종목과 별도인 항목으로 간주하였고 퇴직보험 및 자산연계형은 전체 기간으로 보았을 때 자료가 불완전하므로, 해당 종목들은 자료에서 제외한다. 본 연구는 나머지 보험 종목을 자동차보험, 일반보험, 장기보험, 개인연금, 이 4개의 종목으로 분류하는데, 이 분류는 보험연구원의 손해보험 분류 기준(김해식 외 2020)을 따른다. 여기서 일반보험은 세부적으로 화재, 해상, 보증, 기술, 책임, 상해, 종합, 기타특종, 권원, 해외원보험으로 구성된다.

본 장에서는 먼저 기술적 자료분석을 수행한다. 박상균·송성주(2019)는 한국의 두 손해보험사의 화재보험, 해상보험, 자동차보험, 책임보험의 월별 손해액에 로그를 취하여 기술적 자료분석을 수행하였으며, 본 장에서도 손해액에 로그를 취하여 분석한다. 일반적으로 금융 자료는 대개 양의 왜도를 가지며, 손해액에 로그를 취하는 것은 데이터의 정규성을 높인다.

〈Table 1〉은 보험종목별 로그손해액(이하, '손해액'이라 함)에 대한 기초통계량을 나타낸다. 자동차보험과 장기보험, 개인연금의 경우, 손해액의 표준편차가 매우 작은 것으로 보아 월별로 손해액이 비교적 일정하며 손해가 가지는 범위가 평균을 크게 벗어나지 않음을 알 수 있다. 반면, 화재, 해상, 책임, 권원 등 여러 종목을 포함하는 일반보험의 경우, 손

해액의 변동계수(Coefficient of variation)가 네 종목 중 가장 커서 변동성이 가장 크다는 것을 알 수 있다.

〈Table 1〉 Descriptive statistics of monthly log-losses from four lines of businesses
(unit: $\log(10^6 \text{KRW})$ for min, median, max, mean, and SD)

Line of business	Min	Median	Max	Mean	SD ¹⁾	CV ²⁾	Skewness	Excess kurtosis
Cars	6.614	6.941	7.300	6.957	0.131	0.019	0.152	-0.448
General	4.991	6.087	7.029	6.092	0.322	0.053	0.000	1.107
Long Term	7.663	8.143	8.282	8.099	0.137	0.017	-1.462	1.645
Annuity	5.522	5.925	6.217	5.902	0.122	0.021	-0.377	0.483

Notes: 1) Standard deviation.

2) Coefficient of variation.

왜도(Skewness)는 분포의 비대칭도를 나타내는 지표로써, 그 값이 음수일 경우 왼쪽으로 두터운 꼬리를 가져서 데이터의 중심이 오른쪽으로 치우치고 양수일 경우 오른쪽으로 두터운 꼬리를 가져서 데이터의 중심이 왼쪽으로 치우쳐 분포하는 것을 의미한다. 〈Table 1〉에서 보험 종목별 왜도를 중심으로 손해액의 분포를 살펴보면, 자동차보험의 경우 오른쪽 꼬리가 두터운 형태, 일반보험의 경우 좌우 대칭, 장기보험과 개인연금의 경우 왼쪽으로 꼬리가 두터운 형태를 보인다. 다시 말해, 로그노말분포와 비교하였을 때 자동차보험의 경우 왜도가 더 크며, 일반보험의 경우 왜도가 거의 같고, 장기보험과 개인연금의 경우 왜도가 더 작다.

첨도(Kurtosis)는 분포의 집중도를 나타내는 지표로써, 그 값이 3에 가까우면 정규분포에 가깝고, 3보다 크면 정규분포보다 중앙이 뾰족하고 꼬리가 얇은 분포이며, 3보다 작으면 정규분포보다 중앙이 납작하고 꼬리가 완만한 분포를 나타낸다. 〈Table 1〉의 초과첨도(Excess kurtosis)를 살펴보면, 자동차보험과 개인연금의 경우 로그손해액의 중앙집중도가 정규분포와 크게 차이나지 않는 반면 일반보험과 장기보험의 경우 중앙집중도가 높은 편임을 알 수 있다.

한편, 본 연구는 통합리스크에 초점이 맞추어져 있으므로 보험종목 간 의존성 구조에 대해 살펴볼 필요가 있다. 여러 보험 종목들 손해액 사이의 기술적 상관관계는 켄달의

tau(Kendall's tau)값과 카이플롯(Chi-plot)을 통해 분석할 수 있다. 이 둘은 보험 분야에 서 다차원 자료의 일치성에 대한 측도를 나타내기 위해 종종 사용된다(Cherubini 2004). <Table 2>는 보험 종목들 사이의 켄달의 tau값을 나타낸다. 개인연금을 제외한 종목들, 즉 자동차보험, 일반보험, 장기보험은 서로 양(+)의 상관관계를 가지는 반면, 개인연금과 타 보험 종목과는 음(-)의 상관관계를 가지는 것을 볼 수 있다. 개인연금은 노후생활을 위해 일정 기간 연금액을 지급하기 위해 준비하는 저축성 또는 장수위험 성격을 가지기 때문에, 다른 보험종목과 상관성이 떨어지거나(일반보험) 반대되는(자동차보험, 장기보험) 경향을 가지는 것으로 해석할 수 있다.

<Table 2> Kendall's tau coefficients between four insurance lines' monthly log-losses and their p-values (in parenthesis)

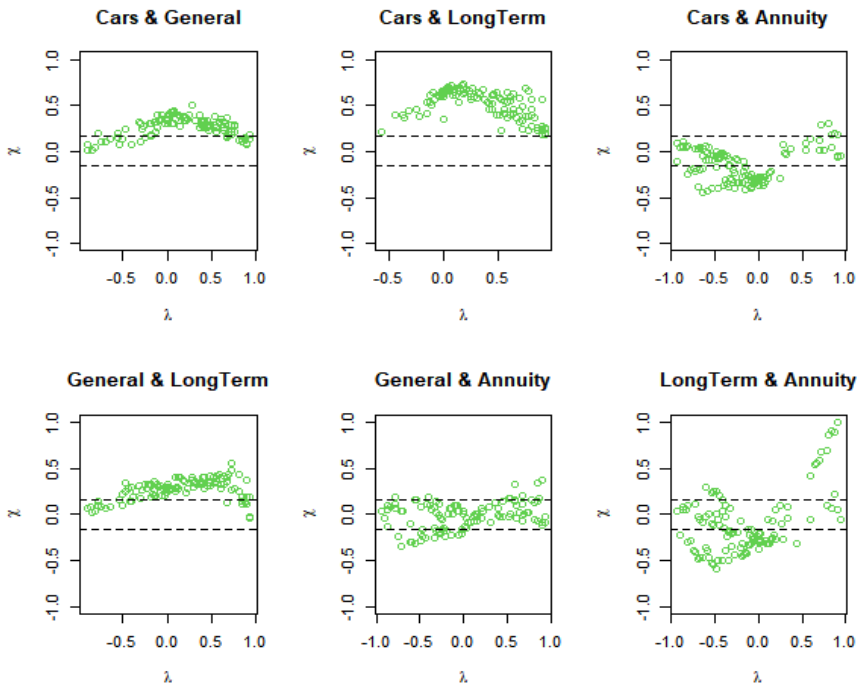
Line of business	Cars	General	LongTerm	Annuity
Cars	1	0.3408 (<0.0001)	0.6325 (<0.0001)	-0.1928 (0.0017)
General	-	1	0.3430 (<0.0001)	-0.0212 (0.7301)
LongTerm	-	-	1	-0.1603 (0.0091)
Annuity	-	-	-	1

켄달의 tau 값이 보험 종목 간의 상관성을 단일한 수치값으로 나타내는 반면, 카이플롯은 그것을 시각적으로 나타낸다. <Figure 2>는 네 가지 보험 종목 간의 카이플롯을 보여준다. 카이플롯의 가로축인 λ 는 2차원 분포의 중위수로부터 각 관측값까지의 거리를 나타내며, λ 가 양수값을 갖는 범위는 중위수보다 큰 값들의 구간이고 음수값 범위는 중위수보다 작은 값의 구간이다(Fisher and Switzer 1985). 세로축인 χ 는 가로축의 데이터 지점에서 의 두 변수 간 의존성을 나타낸다. 두 변수가 양의 상관성이 있을 때는 양의 값을, 음의 상관성이 있을 때는 음의 값을 갖는다. 관측치들이 대부분 세로축 방향으로 0 근처에 존재하면 ($\chi \approx 0$) 해당 구간에서 두 변수가 독립적이라고 해석할 수 있다(박상균·송성주 2019).

<Figure 2>에 나타난 보험 종목 간의 카이플롯을 살펴보면, 자동차보험과 장기보험 사이는 대부분의 관측값들이 양(+)의 상관관계를 가지며 특히 중위수에 가까운 경우 상관성

이 더 높음을 알 수 있다. 자동차보험과 일반보험 사이, 일반보험과 장기보험 사이는 대부분의 데이터 구간에서($-1 < \lambda < 1$) 양(+)의 상관관계를 가지나, 일부 λ 구간($\lambda \approx -1$ 또는 $\lambda \approx 1$)에 독립적인 데이터도 존재하여 비선형적 상관관계를 가진다. 그 외에 개인연금과 타 보험종목 간 상관성은 관측값의 크기에 따라 양의 상관관계, 음의 상관관계 혹은 독립적인 관계가 혼재된 모습을 보인다. 예를 들어, 자동차보험과 개인연금, 장기보험과 개인연금 사이 같은 경우, 작은 관측값 구간에서는 독립적인 관계를 주로 보이며 중위수에 가까운 관측값에서는 강한 음의 상관관계, 일부 큰 관측값에서 양의 상관관계를 보인다. 이렇게 보험종목 변수 간 상관관계가 비선형적인 경우, Copula 함수를 이용하여 의존 구조를 모델링하는 것이 유용할 수 있다.

〈Figure 2〉 Chi-plot of log-losses between different insurance lines. λ (horizontal axis) is the lambda-statistics and χ (vertical axis) is the chi-statistics



IV. Vine Copula 손해액 모형의 다변량 VaR 분석

1. 개별 주변분포 적합

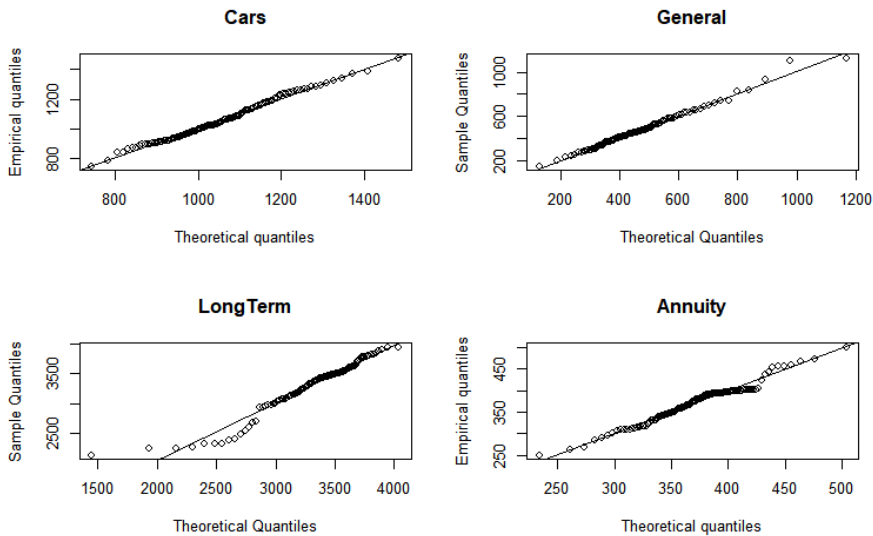
본 절에서는 먼저 4개 보험 종목의 월별 손해액 주변분포(Marginal distribution)에 대하여 다양한 모수적 모형을 적합(fit)시킨다. <Table 3>은 각 보험 종목에 대해 Weibull, normal, log-normal, gamma, logistic, normal-inverse Gaussian 분포를 적합하여 구한 AIC(Akaike Information Criterion)값 결과를 나타낸다. AIC의 값이 작을수록 해당 모형의 적합도가 우수하다고 해석할 수 있다. 각 보험 종목별로 가장 적합한 분포모형을 해당 표에 굵은 글씨로 나타내었다.

<Table 3> AICs of models fitted to four marginal distributions of the following insurance lines: Cars, General, LongTerm, and Annuity, respectively. The numbers in bold indicate the best-fit distribution model

Distribution	Cars	General	LongTerm	Annuity
Weibull	1559.06	1573.92	1777.23	1274.57
Normal	1543.57	1572.60	1803.58	1263.03
Log-normal	1538.58	1546.38	1824.83	1265.55
Gamma	1539.66	1549.60	1817.12	1264.04
Logistic	1547.61	1556.43	1795.72	1261.75
NIG	1541.81	1544.55	1773.66	

<Figure 3>는 각 보험 종목의 최적 적합분포에 대한 Q-Q 플롯을 나타내며, AIC값이 가장 작은 분포에 대하여 경험 분포와 적합 분포가 얼마나 가까운지를 시각적으로 보여준다. 장기보험을 제외하고는 전체적으로 개별 주변분포에 대한 최적모형의 적합도가 높은 편이며, 일반보험과 개인연금의 경우 적합도가 떨어지는 구간이 일부 존재한다.

〈Figure 3〉 Q-Q plot of fitted marginal models



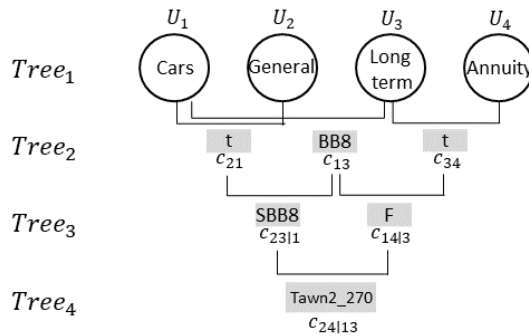
2. 다변량 D-Vine Copula 함수 적합

4개의 보험 종목(1: 자동차보험, 2: 일반보험, 3: 장기보험, 4: 개인연금)의 다변량 손해액을 D-Vine Copula에 적합한 결과를 〈Table 4〉와 〈Figure 4〉에 나타내었다. C-Vine Copula의 경우 뿌리노드(Root node)에 다른 모든 꼭짓점들을 연결해 서로의 의존성을 가지는 구조로써, 하나의 선택된 보험종목을 중심으로 타 보험종목들과의 의존 구조가 표현된다. 반면, D-Vine Copula의 경우 한 꼭짓점은 최대 2개의 연결선들을 가지는 구조로써, 모든 보험종목이 1개나 2개의 다른 보험종목과 가지는 의존 구조가 표현된다. 손해보험사의 보험종목들이 서로 동등하게 구분하여 분류되므로, 특정 보험종목을 우월적으로 선정하는 C-Vine Copula 모형보다 모든 보험종목을 동등하게 짝짓는 D-Vine Copula 모형이 보험종목들의 의존구조에 더 적합하다. 의존구조 적합 시 R package 'CDVineCopulaConditional'을 사용하며, 해당 패키지의 권고에 따라(Bevacqua 2017a) 나무구조는 BIC(Bayesian Information Criterion), 쌍 Copula 구조는 AIC(Akaike Information Criterion)를 기준으로 산출한다.

〈Table 4〉 Fitted results of D-Vine Copula models for multivariate log-losses

Tree	Edge	Copula family	Parameter1	Parameter2	Tau
1	3,4	t	-0.33	2.00	-0.21
	1,3	BB8	6.00	0.81	0.61
2	2,1	t	0.52	2.85	0.35
	1,4:3	F	-0.31	0.00	-0.03
3	2,3:1	SBB8	1.86	0.82	0.19
	2,4:1,3	Tawn2_270	-20.00	0.03	-0.03

〈Figure 4〉 Tree structure of D-Vine Copula models fitted to multivariate log-losses



D-Vine Copula

〈Table 5〉는 총 121개 월도의 손해액 데이터에 대해 5-fold cross validation을 수행하여 얻은 D-Vine Copula 모형의 오차를 나타낸다. 보통 회귀모형의 적합성을 확인하기 위해 사용하는 방법으로는 평균제곱근오차(Root Mean Square Error; 이하, 'RMSE'라 함)와 평균제곱상대오차(Root Mean Square Relative Error; 이하, 'RMSRE'라 함)가 존재한다. RMSE 값은 모형의 예측치와 실제치의 차이를 관찰할 때 주로 사용되는 지표인 반면(전옥현 외 2022), 데이터에 이상치가 존재하거나 오차항의 분포의 비대칭성이 심할 경우 RMSRE 값을 기반으로 하는 예측방법을 사용한다(정석오 외 2015). 적합시킨 D-Vine Copula 모형의 RMSRE는 0.20~0.35 사이의 값을 가지며, 모형의 예측값에 비해 상대적으로 오차가 크지 않다. 여기서부터 Copula는 특별한 설명이 없는 한 D-Vine Copula를 의미하는 것으로 한다.

〈Table 5〉 5-fold cross validation results of D-Vine Copula model

(unit: 109KRW except for RMSRE)

Statistic	Data set				
	1-fold	2-fold	3-fold	4-fold	5-fold
Mean of predicted values	1146.29	1281.39	1327.11	1362.57	1329.59
Mean of actual values	1079.07	1260.36	1346.18	1486.65	1354.91
RMSE ¹⁾	155.53	214.76	147.27	334.51	249.52
RMSRE ²⁾	0.30	0.20	0.21	0.35	0.27

Notes: 1) Root mean square error.

2) Root mean square relative error.

3. 다변량 VaR 분석

Copula 함수를 이용하여 다변량 VaR를 추정하기 위해서는 먼저 Copula 모형의 분포를 따르는 난수들을 추출하는 시뮬레이션 과정이 필요한데, 예를 들어, 홍종선·이원용(2011)은 확률변수의 조건부 분포함수와 그 역함수를 이용하였다. 본 연구에서는 Bevacqua et al.(2017b)의 알고리즘을 따라 다변량 D-Vine Copula 모형으로부터 1,000,000건의 확률난수 (u_1, u_2, u_3, u_4) 를 반복 추출한다. 신뢰수준 c 는 {0.95, 0.99, 0.995} 중 하나씩 차례대로 설정하여 분석하며, 위에서 얻은 (u_1, u_2, u_3, u_4) 시뮬레이션 자료 중 설정한 신뢰수준의 경계값 부근일 경우에 해당하는 다변량 확률변수의 값만을 추출한다. 다변량 VaR 경계값의 오차 ϵ 을 0.1%p로 설정하며, 본 연구에서는 LO-VaR와 UO-VaR 중 LO-VaR를 이용한다.

다변량 VaR를 추정하기 위해서는 적합시킨 Copula 함수의 역함수를 이용한다. 〈Table 6〉에서 〈Table 8〉까지는 각각 신뢰수준 0.95, 0.99, 0.995에서 측정한 개별 적합 분포의 VaR값(이하, ‘uVaR’이라 함)과 보험종목 간의 의존성을 고려하여 산출한 다변량 Copula 시뮬레이션의 VaR 벡터값(이하, ‘mVaR’이라 함)을 보험 종목별로 나타낸다. 각 표에 나타난 mVaR 값의 산출은 경계값의 오차범위 내에 속한 시나리오 값들의 평균(Mean) 또는 중위수(Median) 방식으로 세분화하여 각각 mVaR_mean, mVaR_median으로 나타내었다.

〈Table 6〉 VaR estimates from a univariate VaR model (uVaR) and two multivariate Copula VaR models (mVaR_mean and mVaR_median) with a 95% confidence level

(unit: 10^9 KRW)

Type of VaR	VaR estimate			
	Cars	General	LongTerm	Annuity
uVaR	1302.664	749.355	3848.675	441.065
mVaR_mean	1426.871	914.615	3998.578	481.750
mVaR_median	1430.612	887.427	3992.519	475.720

〈Table 7〉 VaR estimates from a univariate VaR model (uVaR) and two multivariate Copula VaR models (mVaR_mean and mVaR_median) with a 99% confidence level

(unit: 10^9 KRW)

Type of VaR	VaR estimate			
	Cars	General	LongTerm	Annuity
uVaR	1424.010	932.440	4001.203	481.577
mVaR_mean	1573.784	1171.454	4105.854	516.927
mVaR_median	1556.861	1151.494	4099.413	510.319

〈Table 8〉 VaR estimates from a univariate VaR model (uVaR) and two multivariate Copula VaR models (mVaR_mean and mVaR_median) with a 99.5% confidence level

(unit: 10^9 KRW)

Type of VaR	VaR estimate			
	Cars	General	LongTerm	Annuity
uVaR	1471.205	1010.122	4052.234	498.712
mVaR_mean	1589.007	1213.293	4159.653	542.861
mVaR_median	1586.399	1176.504	4147.861	537.957

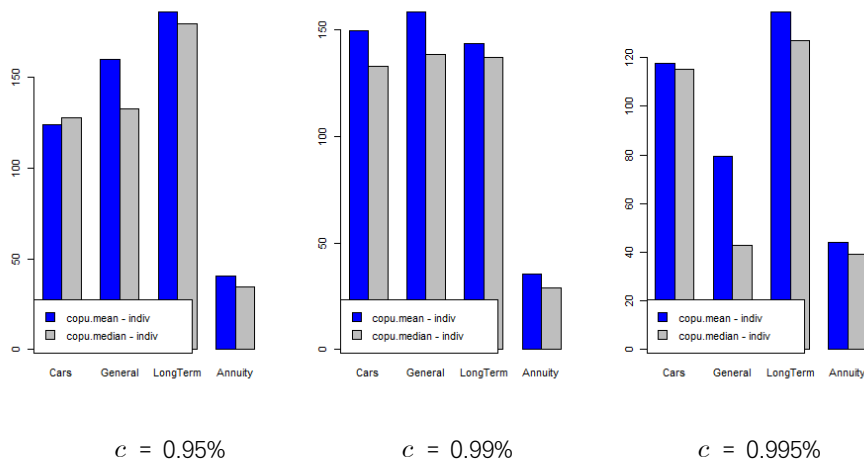
〈Figure 5〉는 각 신뢰수준 c , {0.95, 0.99, 0.995}에서 측정한 네 가지 보험 종목의 mVaR와 uVaR 사이의 차이를 다중막대그림으로 보여준다. 구체적으로 말하자면, 신뢰수준별, 다변량 VaR 산출방법별로 개별 적용된 VaR와 Vine Copula를 이용한 다변량 VaR 값의 차이('mVaR - uVaR')를 제시한다. 그림에서 알 수 있는 사실은 첫째, 신뢰수준별, 산출방법별로 의존성을 고려한 리스크 값과 고려하지 않은 리스크 값 사이에 명백한 차이

가 존재한다는 점인데, 구체적으로 말하자면 4개 보험종목 모두에서 타 보험종목과의 의존성을 반영한 모형인 다변량 VaR 시뮬레이션으로 산출한 값(mVaR)이 개별 VaR(uVaR)보다 더 높은 리스크양을 제시한다(mVaR-uVaR가 양의 값을 가진다). Cousin and Bernardino는 다변량 LO-VaR인 mVaR가 uVaR보다 더 보수적임(더 큼)을 보여주었는데, 이와 정합성이 있는 결과이다.

둘째, 자동차보험, 일반보험, 장기보험의 경우에 비해 개인연금의 산출방법별 차이(mVaR-uVaR)가 작다. 하지만 이는 개인연금의 손해액 크기 자체가 작은 것에서 비롯된 것일 수 있다. 셋째, 다변량 VaR의 경우 두 산출방법별로 경향성은 유사하나, 대체로 시나리오 값의 중위수로 구한 다변량 VaR(mVaR_median)가 평균으로 구한 다변량 VaR(mVaR_mean)보다 uVaR와의 차이가 더 작다. 일반적으로 평균 통계량은 중위수보다 극단치에 더 큰 영향을 받기 때문인 것으로 보인다.

〈Figure 5〉 Difference between mVaR_mean and uVaR ('copu.mean - indiv') & difference between mVaR_median and uVaR ('copu.median - indiv'), all of which are evaluated for the following aggregated lines of businesses (c is a significance level): Cars, General, LongTerm, and Annuity.

(unit: 10^9 KRW)



Note: Blue bar represents the value of 'Copula VaR (mean) - individual VaR' (i.e., 'mVaR_mean - uVaR'). Gray bar represents the value of 'Copula VaR (median) - individual VaR' (i.e., 'mVaR_median - uVaR').

〈Table 9〉와 〈Figure 6〉는 네 보험종목을 모두 모은 전체 손해액의 VaR를 평가한 결과를 산출방법별로 나타낸다. 비교를 위하여 분산-공분산 VaR(이하, 'VCovVaR'이라 함)를 추가적으로 평가하여 나타내었는데, 이 방식은 다변량 손해액의 분포가 정규분포를 따른다고 가정할 때 유효한 방법이다. 여기서 관찰할 수 있는 사실은 다음과 같다. 첫째, Copula 모형으로 각 변수의 의존 구조를 반영한 다변량 VaR의 통합리스크 모형의 값(이하, 'AmVaR'이라 함)이 가장 크고, 정규분포를 가정한 모수적 VaR 방법인 VCovVaR의 값이 가장 작다. 각 보험종목의 손해액 간 상관성을 고려하지 않고 개별 VaR값을 단순합산한 모형의 값(이하, 'SuVaR'이라 함)은 대체로 그 둘 사이의 크기를 갖는다. 둘째, 낮은 신뢰수준(95%)에 비해 높은 신뢰수준(99.5%)에서 방법론별 결과들의 차이가 커진다. 셋째, 시뮬레이션들의 중위수로 산출한 다변량 VaR 합산값(이하, 'AmVaR_median'이라 함)보다 평균의 다변량 VaR 합산값(이하, 'AmVaR_mean'이라 함)이 다소 크다. 이는 꼬리분포가 음의 왜도와 두터운 꼬리를 가짐을 함의한다.

이를 종합하면, 현행 RBC의 VCovVaR 방식은 실제 손해액위험을 과소평가할 가능성이 있으며, 다변량 하한 AmVaR 방식이 다소 보수적으로 높게 위험을 측정하지만 실제 의존구조를 더 잘 반영하므로 이를 비중 있게 고려할 필요가 있음을 시사한다.

〈Table 9〉 Aggregated risk differed by risk measures

(unit: 10⁹KRW)

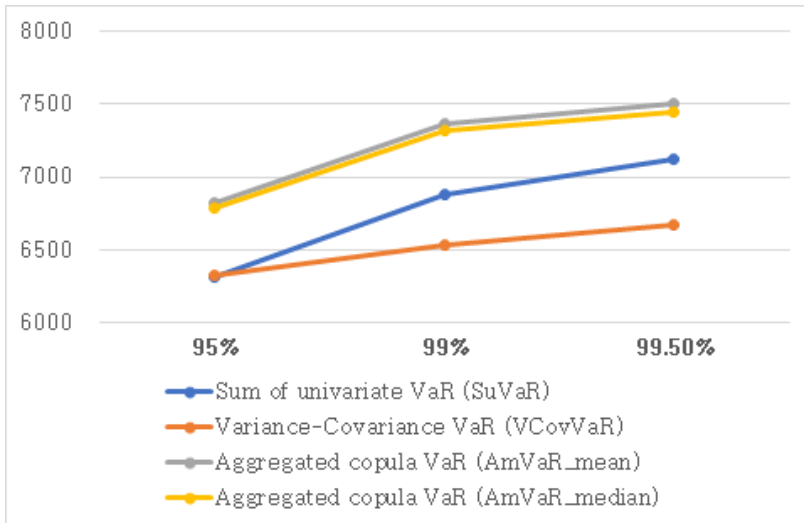
Confidence level	Sum of univariate VaR (SuVaR)	Variance-covariance VaR (VCovVaR)	Aggregated Copula VaR by mean (AmVaR_mean)	Aggregated Copula VaR by median (AmVaR_median)
95%	6311.206	6324.298	6821.814	6786.278
99%	6881.290	6533.849	7368.019	7318.087
99.5%	7124.671	6675.437	7504.814	7448.721

이러한 결과는 보험종목 간 비선형적 상관성을 표현할 수 있는 AmVaR가 독립성을 가정한 SuVaR이나 선형적 상관성을 가정한 분산-공분산 VCovVaR 방법보다 위험량을 더 높게 평가한다는 점을 보여준다. 본 연구에서 사용한 Vine Copula 모형이 정규분포와 선형적 상관성 제약에 묶여있는 VCovVaR 방법보다 변수 간의 의존 구조를 더 유연하게

반영할 수 있다는 점에서 실제 경험분포에 더 가깝다고 볼 수 있다. 따라서 실무적으로 보험사의 통합리스크를 측정할 때, 자료가 허용하는 경우 리스크 간 상관성에 대해 실질적으로 성립하기 어려운 정규분포 가정에 의존하기보다 Vine Copula와 같이 좀 더 유연한 모델을 바탕으로 보다 정확하게 리스크를 산출할 필요가 있다.

〈Figure 6〉 Risk aggregated by different risk measures with the following three significance levels: 95%, 99%, and 99.5% (from left to right). Horizontal axis is a significance level and vertical axis is aggregate risk

(unit: 10^9 KRW)



V. 결론

통합리스크 평가액과 중요구자본 RBC 금액은 보험회사의 가치와 관련성이 있는데(오창수·이성용 2015), RBC 비율이 통합리스크 평가액에 따라 달라지기 때문이다. 선행연구에서는 보험 종목 리스크 간의 의존성을 반영할 때 단순한 구조를 가정하기 때문에 합산위험의 꼬리분포를 정확하게 평가하기 어렵다는 한계점이 있다. 예를 들어, 오창수·문성철(2012)과 오창수·이성용(2015)은 RBC 비율 산출 시 주요 변수간의 선형적 상관성을 가정

한 Pearson 상관계수행렬을 이용하여 RBC값을 산출한다. K-ICS 표준모형의 경우는 지급여력기준금액에서 보험위험액을 산출할 때, 위험별 요구자본을 산출한 후 요구자본을 합산할 때 각 하위위험 간의 상관계수를 반영하여 합산한다(금융감독원 2021).

한국 보험회사는 급격히 변해가는 시장 환경에 놓여 있지만 총손해액 리스크 측정 시 복잡한 의존구조를 실증적으로 분석해 본 적이 없기 때문에, 실제로 존재하는 표본자료를 바탕으로 다수의 보험종목 간의 의존성을 정확히 고려하여 보험리스크를 모델링할 필요가 있다. 그리고 제도적으로도 최근의 K-ICS 내부모형이나 IFRS17 회계기준에서 통합적인 보험리스크 측정을 요구하는 변화 흐름이 존재한다. 이처럼 보험사의 대내외적인 환경 및 규제 변화로 인해 보험사의 통합적 리스크 측정에 대한 관심이 고조되고 있는 상황에서 리스크 간의 상관성을 고려할 수 있는 Copula 모형은 실질적으로 유용하다. Copula 함수를 이용하여 금융 자산의 상관관계를 측정한 연구는 기존에 존재하나, 손해보험사 손해액에 Copula 모형을 적용한 연구는 그동안 제한적이었다. 이금희·이명환(2017)이 Vine Copula를 이용하여 은행과 증권 부문의 시장리스크, 신용리스크, 운영리스크를 합산하는 연구를 수행한 바가 있기는 하나 보험손해액에 관한 연구가 아니며 가상의 데이터를 사용하였다는 한계를 가진다.

본 연구의 목적은 Copula 함수를 이용하여 보험 종목 간의 의존성을 기존 선행연구보다 더 유연하게 고려하고 손해보험사의 손해액 리스크들을 다변량 VaR를 통해 측정하는 것이다. 따라서 손해보험사의 10년간 월별 손해액 데이터로 Vine Copula 모형을 추정하여 자동차, 일반, 장기, 개인연금 종목 간의 의존 구조를 파악한 후, 시뮬레이션을 통해 월 기준의 다변량 VaR를 평가하였다. 그 결과, 타 보험종목과의 의존성을 고려한 다변량 Copula 모형 VaR가 고려하지 않은 개별모형 VaR보다 크며, 특히 개인연금에 비해 자동차보험, 일반보험, 장기보험의 경우에 상대적으로 산출방법별 차이가 크다.

그리고 전체 손해액의 VaR를 산출방법별로 분석한 결과, 다변량 VaR의 합산값이 가장 크고, 분산-공분산 VaR의 값이 가장 작으며, 개별 VaR값을 단순 합산한 값은 그 둘 사이의 크기를 갖는다. 낮은 신뢰수준에서 높은 신뢰수준으로 갈수록 방법론별로 합산손해액 VaR 평가액 차이가 커진다. 그리고 시뮬레이션들의 중위수로 산출한 다변량 VaR 합산값보다 평균으로 산출한 다변량 VaR 합산값이 다소 크다. 현재 많이 쓰이는 VCovVaR 방식

은 실제 손해액위험을 과소평가할 가능성이 있으며, 다변량 AmVaR 방식을 실무에서 비중 있게 고려할 필요가 있다.

본 연구는 보험리스크를 세부적인 네 사업부문으로 분류한 범주가 계리적 판단에 의해 선택되었다는 점에서 다소 한계가 존재한다. 보험회사의 실제 보유계약으로부터 추출한 내부자료를 활용하여 동질성을 지닌 세분화된 범주를 기준으로 다변량 위험을 평가한다면 더욱 정확한 연구가 될 것이다. 모수적 Copula 모형 기반 VaR 측도의 특성상 모형에 의존적이어서, 적합한 분포 및 Copula 함수의 모수에 따라 VaR 평가액이 변할 수 있다는 점에 유의할 필요가 있다. 그리고 후속 논문에서는 C-Vine Copula가 필요한 보험리스크 집합의 범위와 C-Vine Copula 방식 통합리스크 측정을 시도하는 것이 의미가 있을 것이며, 본 연구의 VaR를 확장한 CTE 등 다양한 리스크측도로는 보험위험의 의존성 구조가 어떻게 나타나는지에 대해서도 분석해 볼 필요가 있다.

참고문헌

- 고방원·P. Jiraporn·유병학 (2014), “코플라를 활용한 연생보험계약의 준비금에 관한 연구”, **리스크관리연구**, 제25권 제2호, pp. 25-48.
- (Translated in English) Ko, B., P. Jiraporn and B. Yoo (2014). “A Study on Reserving Multiple Life Insurances and Annuities: A Copula Approach”, *The Journal of Risk Management*, 25(2):25-48.
- 금융감독원 (2020), “금융감독원 규정의 제·개정에 관한 예고 - 보험업감독업무시행세칙”, <https://www.fss.or.kr>, 2022. 4. 15.
- (Translated in English) Financial Supervisory Service (2020). “Notice of Enactment and Amendment of Regulations of Financial Supervisory Service - Detailed Regulations on Supervision of Insurance Business”, <https://www.fss.or.kr>, 2022. 4. 15.
- _____ (2021), “**新**지급여력제도 도입수정안(K-ICS 4.0)”, <https://www.fss.or.kr>, 2022. 4. 15.
- (Translated in English) _____ (2021). “An Amendment to the New Solvency Capital Regulation (K-ICS 4.0)”, <https://www.fss.or.kr/fss/bbs/B0000123/view.do?nttId=33969&menuNo=200424&pageIndex=1>, 2022. 4. 15.
- 김도영·이삭·이향석 (2014), “코플라와 커먼-쇼크를 이용한 연생상품의 분석”, **응용통계연구**, 제27권 제7호, pp. 1097-1114.
- (Translated in English) Kim, D., I. Lee and H. Lee (2014). “Analysis of Multiple Life Insurance using Copula and Common Shock”, *The Korean Journal of Applied Statistics*, 27(7):1097-1114.
- 김명석 (2018), “자연재해로 인한 총 피해액의 위험 측정과 지역별 분배 - Copula 기법 적용”, **보험학회지**, 제116집, pp. 1-31.
- (Translated in English) Kim, M. (2018). “Risk Assessment and Local

Allocation of Aggregate Catastrophe Loss with Copula”, *Korean Insurance Journal*, 116:1-31.

김명준·김영화 (2009), “다양한 모형화를 통한 자동차 보험가격 산출”, **한국데이터정보 과학회지**, 제20권 제3호, pp. 515-526.

(Translated in English) Kim, M. and Y. Kim (2009). “Various modeling approaches in auto insurance pricing”, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, 20(3):515-526.

김명직·신성환 (2003), “Copula 함수의 추정과 시뮬레이션: 국고채와 A-등급 회사채 현물수익률에의 응용”, **선물연구**, 제11권 제2호, pp. 103-131.

(Translated in English) Kim, M. and S. Shin (2003). “Estimation and Simulation of Copula Function: An Application to Daily Korean Treasury A-Rated Corporate Spot Rates”, *Korean Journal of Futures and Options*, 11(2):103-131.

김용덕·이근철 (2004), “VaR를 이용한 한국 손해보험사의 시장리스크 분석”, **보험학회지**, 제69집, pp. 105-131.

(Translated in English) Kim, Y. and K. Lee (2004). “An Analysis of the Market Risk in Korean Property-Liability Insurance Companies by using VaR”, *Korean Insurance Journal*, 69:105-131.

김진영·소병진·김태웅·권현한 (2016), “Copula 함수를 활용한 삼변량 가뭄빈도해석 기법 개발”, **한국수자원학회논문집**, 제49권 제10호, pp. 823-833.

(Translated in English) Kim, J. B. So, T. Kim and H. Kwon (2016). “A development of trivariate drought frequency analysis approach using Copula function”, *Journal of Korea Water Resources Association*, 49(10):823-833.

김태우·송성주 (2011), “NIG분포와 VG분포를 이용한 Value-at-Risk의 추정”, *Journal of the Korean Data Analysis Society*, 제13권 제4호, pp. 1775-1788.

- (Translated in English) Kim, T. and S. Song (2011). "Value-at-Risk Estimation using NIG and VG Distributions", *Journal of the Korean Data Analysis Society*, 13(4):1775-1788.
- 김해식·김세중·최원·김혜란·김유미 (2020), **2021년 보험산업 전망과 과제**, 보험연구원.
- (Translated in English) Kim, H. et al. (2020). *Insurance Industry Outlook and Agenda in 2021*, Korea Insurance Research Institute.
- 박상균·송성주 (2019), "손해보험사의 재보험료 산출을 위한 손해분포의 적합", **보험학회지**, 제119집, pp. 101-143.
- (Translated in English) Park, S. and S. Song (2019). "Fitting Loss Distributions for Calculating Non-life Insurance Companies' Reinsurance Premium", *Korean Insurance Journal*, 119:101-143.
- 박수남·김영재 (2014), "비선형 자기회귀 조건부 듀레이션 모형을 이용한 베이지언 예측", **산업경제연구**, 제27권 제1호, pp. 1-33.
- (Translated in English) Park, S. and Y. Kim (2014). "Bayesian Forecasting with Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Models", *Journal of Industrial Economics and Business*, 27(1):1-33.
- 보험개발원 (2022), 보험통계조회서비스, Retrieved from <https://incos.kidi.or.kr:5443>, 2022. 2. 15.
- (Translated in English) Korea Insurance Development Institute (2022). INCos (Insurance Statistics Consumer Service), Retrieved from <https://incos.kidi.or.kr:5443>, 2022. 2. 15.
- 오창수·문성철 (2012), "장기손해보험의 보험리스크 산출에 관한 연구", **계리학연구**, 제4권 제2호, pp. 17-46.
- (Translated in English) Ouh, C. and S. Moon (2012). "A Study on the Insurance Risk Calculation of Long term Policy", *The Journal of Actuarial Science*, 4(2):17-46.
- 오창수·이성용 (2015), "K-IFRS적용시 보험사의 회계정보의 가치관련성에 대한 연구",

계리학연구, 제7권 제2호, pp. 83-104.

(Translated in English) Ouh, C. and S. Lee (2015). "A Study on the Relevance of Accounting Information of Insurance Companies under K-IFRS", *The Journal of Actuarial Science*, 7(2):83-104.

이금희·이명환 (2017), "Vine Copula를 이용한 금융그룹의 통합리스크 측정", **리스크 관리연구**, 제28권 제3호, pp. 1-41.

(Translated in English) Lee, G. and M. Lee (2017). "Estimating the Integrated Risk of Financial Group Using the Vine Copula Method", *The Journal of Risk Management*, 28(3):1-41.

이명환 (2011), "금융그룹의 통합리스크 관리", **KIF 정책보고서**, 2011-2, pp. 1-77.

(Translated in English) Lee, M. (2011). "The Integrated Risk Management of Financial Groups", *Korea Institute of Finance Policy Report*, 2011-2:1-77.

이삭·백혜연·이항석 (2013), "코풀라를 이용한 연생보험의 분석", **Journal of the Korean Data Analysis Society**, 제15권 제4호, pp. 1933-1954.

(Translated in English) Lee, S., H. Baek and H. Lee (2013). "Analysis of Multiple Life Insurance using Copula", *Journal of the Korean Data Analysis Society*, 15(4):1933-1954.

장성원·최양호·심현우 (2021), "확률적인 이자율 및 확률적인 사망률을 고려한 금리연동형 종신보험의 수익성 분석에 관한 연구", **리스크관리연구**, 제32권 제3호, pp. 35-78.

(Translated in English) Jang, S., Y. Choi and H. Shim (2021). "A Study on Profitability Analysis of Interest-sensitive Whole-life Insurance in Consideration of Stochastic Interest Rates and Stochastic Mortality Rates", *The Journal of Risk Management*, 32(3):35-78.

전옥현·정힘찬·최양호·심현우 (2022), "공유된 임의효과를 고려한 다중 위험 보험의 요율에 관한 연구", **보험금융연구**, 제33권 제3호, pp. 41-76.

(Translated in English) Jeon, O., H. Jeong, Y. Choi and H. Shim (2022). "A

Study on the Ratemaking of Multi-peril Insurance via Shared Random Effects”, *Journal of Insurance and Finance*, 33(3):41-76.

정석오·이서은·신기일 (2015), “별점회귀를 통한 상대오차 예측방법”, **응용통계연구**, 제28권 제6호, pp. 1103-1111.

(Translated in English) Jeong, S., S. Lee and K. Shin (2015). “Relative Error Prediction via Penalized Regression”, *The Korean Journal of Applied Statistics*, 28(6):1103-1111.

정힘찬 (2022), “코플라를 활용한 위험 결합 및 신지급여력제도 내부모형 요구자본 산출”, **보험학회지**, 제129집, pp. 51-77.

(Translated in English) Jeong, H. (2022). “Risk Aggregation for Measuring Required Capital via Copula-based Internal Models under K-ICS”, *Korean Insurance Journal*, 129:51-77.

조용운·조재린 (2012), “자동차보험의 확률론적 통합보험리스크 실증분석”, **보험금융연구**, 제23권 제1호, pp. 59-100.

(Translated in English) Cho, Y. and J. Cho (2012). “A Study on Measuring Aggregate Auto Insurance Risk with Stochastic Loss Model”, *Journal of Insurance and Finance*, 23(1):59-100.

조재훈 (2020), “확률론적 이자율과 사망률모형을 이용한 보험리스크 측정 - 장수리스크를 중심으로 -”, **보험학회지**, 제122집, pp. 1-33.

(Translated in English) Jho, J. (2020). “Applications of Stochastic Interest and Mortality in Insurance Risk Calculation”, *Korean Insurance Journal*, 122:1-33.

최가현 (2004), “Copula 함수를 이용한 신용포트폴리오의 dependence 구조 분석과 부도상관관계에 관한 실증 연구”, 석사학위논문, 이화여자대학교 대학원.

(Translated in English) Choi, G. (2004). “An analysis of dependence structure and default correlation for credit portfolio using Copula function”, Master Thesis, The Graduate School of Ewha Womans University.

최기흥·윤성민 (2019), “Copula 모형을 이용한 국제원유가격과 투자심리의 관계 분석”, *Journal of the Korean Data Analysis Society*, 제21권 제6호, pp. 2961-2974.

(Translated in English) Choi, K., and S., Yoon (2019). “The Relationship between International Oil Price and Investor Sentiment using Copula Model”, *Journal of the Korean Data Analysis Society*, 21(6):2961-2974.

최창희·이향석·주호찬 (2013), “코풀라를 이용한 강수의 패턴 분석과 강수 보험의 가격 결정”, *한국데이터정보과학회지*, 제24권 제3호, pp. 603-623.

(Translated in English) Choi, C., H. Lee and H. Ju (2013). “Analyzing rainfall patterns and pricing rainfall insurance using Copula”, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, 24(3):603-623.

한국회계기준원 (2018), “K-IFRS 제1117호 ‘보험계약’ 제정안 안내”, http://www.kasb.or.kr/fe/bbs/NR_view.do?bbsCd=1061&bbsSeq=24298¤tPage=1&rowPerPage=10&ctgCd=11&sortCds=&startDt=&endDt=&searchKey=1000&searchVal=, 2022. 4. 15.

(Translated in English) Korea Accounting Institute (2018). “K-IFRS No. 1117 Guidance on ‘Insurance Contract’ Establishment Proposal”, http://www.kasb.or.kr/fe/bbs/NR_view.do?bbsCd=1061&bbsSeq=24298¤tPage=1&rowPerPage=10&ctgCd=11&sortCds=&startDt=&endDt=&searchKey=1000&searchVal=, 2022. 4. 15.

홍종선·이원용 (2011), “다차원 Copula 함수를 이용한 VaR 추정”, *응용통계연구*, 제 24권 제5호, pp. 809-820.

(Translated in English) Hong, C. and W. Lee (2011). “VaR Estimation with Multiple Copula Functions”, *The Korean Journal of Applied Statistics*, 24(5):809-820.

- Aas, K., C. Czado, A. Frigessi and H. Bakken (2009). "Pair-Copula constructions of multiple dependence", *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(2):182-198.
- Bedford, T., and R. Cooke (2002). "Vines--a new graphical model for dependent random variables", *The Annals of Statistics*, 30(4):1031-1068.
- Bevacqua, E. (2017a). "Sampling from Conditional C- and D-Vine Copulas", R package CDVineCopulaConditional, version 0.1.0, <https://CRAN.R-project.org/package=CDVineCopulaConditional>, 2022. 4. 15.
- _____ et al. (2017b). "Multivariate statistical modelling of compound events via pair-Copula constructions: analysis of floods in Ravenna (Italy)", *Hydrology and Earth System Sciences*, 21(6):2701-2723.
- Byun, K. and S. Song (2021). "Value at Risk of portfolios using Copulas", *Communications for Statistical Applications and Methods*, 28(1):59-79.
- Cherubini, U., E. Luciano and W. Vecchiato (2004). *Copula Methods in Finance*, 1st Edition, Wiley.
- Cousin, A. and E. Bernardino (2013). "On multivariate extensions of Value-at-Risk", *Journal of Multivariate Analysis*, 119:32-46.
- Embrechts, P., A. Mcneil and D. Straumann (1999). "Correlation: Pitfalls and Alternatives", *Risk*, 12(5):69-71.
- Embrechts, P. and G. Puccetti (2006). "Bounds for functions of dependent risks", *Finance and Stochastics*, 10:341-352.
- Feller, W. (1966). *An Introduction to Probability Theory and its Applications, Volume 2*, John Wiley & Sons Inc.
- Fisher, N. and P. Switzer (1985). "Chi-plots for assessing dependence", *Biometrika*, 72(2):253-265.

- Jaworski, P., F. Durante, W. Härdle and T. Rychlik (2010). *Copula Theory and Its Applications*, Springer.
- Joe, H. (1996). "Families of m-variate distributions with given margins and $m(m-1)/2$ bivariate dependence parameters", *Distributions with Fixed Marginals and Related Topics, Institute of Mathematical Statistics Lecture Notes - Monograph Series*, 28:120-141.
- Jorion, P. (2006). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3rd Edition, McGraw-Hill.
- Kurowicka, D. and H. Joe (ed.) (2010). *Dependence Modeling: Vine Copula Handbook*, World Scientific Publishing Company.
- Nappo, G. and F. Spizzichino (2009). "Kendall distributions and level sets in bivariate exchangeable survival models", *Information Sciences*, 179(17):2878-2890.
- Schweizer, B. (1991). Thirty Years of Copulas. In: Dall'Aglio, G., S. Kotz, and G. Salinetti (eds), *Advances in Probability Distributions with Given Marginals. Mathematics and Its Applications*, Springer, 67.
- Sklar, A. (1959). "Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges", *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, 8:229-231.
- Tagasovska, N., D. Ackerer and T. Vatter (2019). "Copulas as High-Dimensional Generative Models: Vine Copula Autoencoders", *Advances in Neural Information Processing Systems 32: Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2019)*.

Abstract

In measuring the aggregated risk of an insurer's losses, we should consider the risks from individual lines of business and the dependence structure among them. The well-known methodologies to measure the aggregated risk of losses include i) the factor method multiplying the losses by their risk factors and combining them with correlation coefficients, and ii) the shock method measuring changes in expected losses due to shocks to risk drivers. However, this study analyzes the aggregated risk by modeling dependence among insurance risks via a vine copula function. We collected monthly loss data - categorized into four business lines - from non-life insurers in Korea, then estimated a simple sum of univariate value-at-risk (uVaR) called SuVaR and an aggregated copula-based multivariate value-at-risk (mVaR) called AmVaR. The result shows that mVaR estimates are greater than uVaR estimates, which assume independence among business lines. It implies that the copula model is more suitable than the univariate model for measuring integrated risk since it reflects the dependence structure more flexibly. Also, the AmVaR estimate is the largest, the variance-covariance VaR is the smallest, and the SuVaR lies between them. The differences in aggregate losses over different methodologies increase, as the confidence level changes from low to high.

※ **Key words:** Integrated Risk Measurement, Vine Copula, Multivariate VaR, Non-Life Insurance, Aggregate Losses

