IV. 연기금 투자위험 최적관리전략

1. 개요

본 연구에서는 설정한 기본 전제조건, 특히 가정(B4) 및 (B5)에 근거한 연기금 투자위험 관리에 대해서 다룬다. 즉 연구의 범위는 최적 자산배분전략을 수립하는 것이며 이에 적용되는 합리적 판단기준은 (B5)에서 명시하고 있는 평균-분산 기준이다.

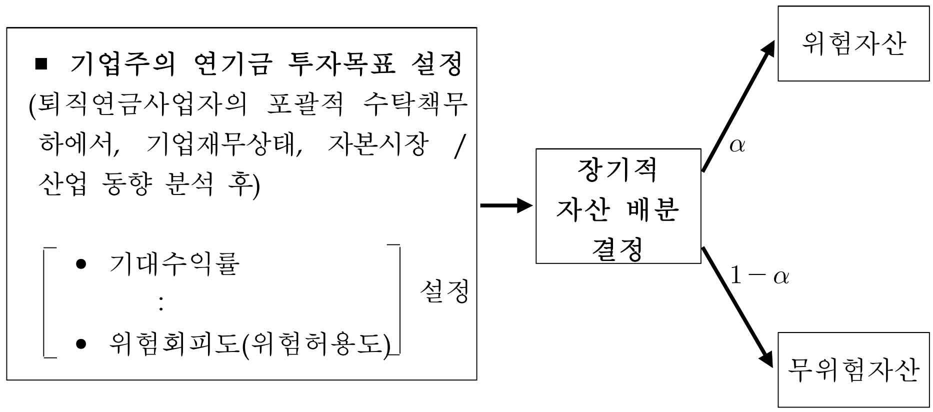
대부분의 경우, 현대 포트폴리오이론에서는 평균-분산(혹은 평균-표준편차)분석에 근거하여 자산할당전략을 수립하면 충분하다고 가정하고 있다. 또한 자산운용수익률이 가정(B4)에서 설정하고 있는 것처럼 정규분포를 따른다고 가정함이 일반적이다. 물론 개별 자산의 경우 로그정규분포(log normal distribution), (일별, 주별 등) 단기 자산운용수익률의 경우 왜도(skewness)등이 발견되는 실증분석 결과가 상당부분 상존하지만, (월별, 분기별, 년별 등) 중장기 자산운용수익률을 중요시하는 연기금 펀드의 수익률 분포는 정규분포에 매우 근접(approximately normal distribution)한다는 것이 실증분석결과로 잘 나타나고 있다[23]. 이와 같은 기본전제 위에서, 아래의 <그림 IV-1>에서 도표화한 것처럼 우리는 DB 연기금 자산의 투자전략을 수립하고자 한다. 연기금 투자자들은 그들이 최종적으로 보유하고자 하는 투자포트폴리오를 선정하기 위해서 통상적으로 두 가지 방식을 채택한다. 첫째, Bottom-Up 방식은 투자하고자 하는 투자대상을 선정하고 그 다음에 연기금 자산을 배분하는 방식으로 이는 앞에서 이미 언급한 바와 같이 실증분석결과(Schneider et al(1997) 참조)와는 상당부분 괴리가 있는 접근법으로 실무적 차원에서 활용도가 낮은 접근법이다. 다음으로, 우리가 관심을 가지고 채용하고 있는 Top-Down 방식으로 이는 실무에서 보편적으로 채용하고 있는

---

23) 이영기 · 남상구 공역, 투자론 5판, pp 193-196, 2002 참조

접근법이다. 먼저 무위험자산과 위험자산에 대한 연기금 자산 할당비율을 결정하고 다음으로, 각 자산의 구성항목을 선정하는 접근법이다. 앞에서 기술한 바와 같이 본 연구보고서에서는 최적 자산할당비율에 대해서만 논의하고자 한다.

<그림 IV-1> 자산배분전략 컨설팅



위의 <그림 IV-1>에서 위험자산(risky assets)은 주식, 회사채, 부동산, 뮤추얼펀드(mutual funds), 사모펀드(private equity funds: 헤지펀드를 포함) 등에 투자된 연기금자산을 의미한다. 한편 무위험자산(riskless assets)은 정기예금, (단기)국공채, 양도성예금증서(Certificate of Deposit), 보증사채 등 채무불이행위험이 거의 없고 어떠한 상황에서도 비교적 확정된 투자 수익률을 제공하는(즉, 투자위험 ≅ 0%) 투자자산에 투여된 연기금자산을 의미한다. 물론 현실세계에서 절대적 무위험자산이 존재할 수는 없다. 퇴직연금사업자가 투자가이드라인을 제시할 경우 법적으로 요구되는 포괄적 수탁책무(basic fiduciary rules)로서 분산투자의무(diversification of investments)를 언급할 수 있다. 따라서 기업주의 현재 및 향후 재무상태 및 산업별 경기 변동성 등을 고려하여 기업주의

재무적 부담 변동성을 적게(즉, 투자위험을 최소화)하는 분산투자 전략을 제시하여야 한다. 즉, 연기금 투자 컨설팅의 요체는 바로 선관주의 투자의무(prudent man rule)로 집약된다. 다음에서는 이러한 관점에서 보편적으로 채용되고 있는 평균-분산 분석 접근법에 대해 구체적으로 살펴보기로 한다.

2. Markowitz, Tobin, Samuelson의 평균-분산 모형

가. Markowitz의 평균-분산 기준

주지하는 바와 같이, 현대 포트폴리오이론(modern portfolio theory)의 시작점은 일반적으로 마코비츠(H. Markowitz)가 1952년 발표한 "Portfolio Selection" 논문에서 찾을 수 있다[24]. 즉, 마코비츠 지배원리(Morkowitz's Dominant Principle)에 의해 투자자들은 자본시장에서 거래되는 위험자산에 대한 투자 포트폴리오의 선정을 기대수익률과 위험(분산 혹은 표준편차에 의해 측정)에 의한 평균-분산기준(mean-variance criterion)에 의해 선정한다는 것이다. 아래의 <그림 IV-2>에서 호(AE)가 이러한 기준에 의해 선정된 효율적 포트폴리오 집합체에 해당한다. 이를 마코비츠의 효율적 투자선(Morkowitz's efficient frontier)이라고 한다. 이 경우 DB 연기금 투자자인 기업의 관점에서 위험에 대한 선호도에 따라 효율적 투자선상의 위험포트폴리오를 선정하게 된다. 예를 들어, 위험에 대한 허용도(risk tolerance level)가 우선적으로 확정되어 있

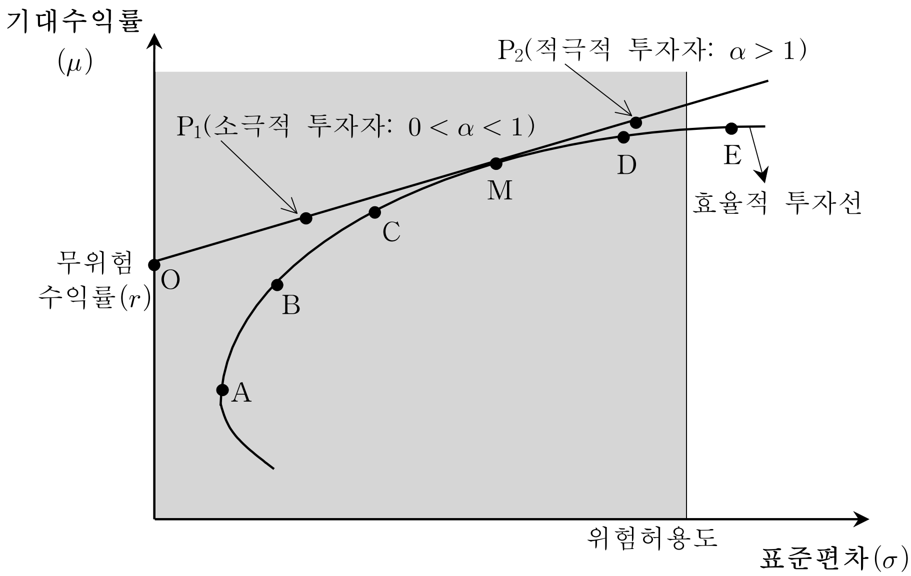
---

24) Markowits(1952) 이후, Sharpe(1964), Lintner(1965) 등에 의해 자본자산 가격결정모형(CAPM)이론이 완성되었으며, 현재까지 자본자산의 위험과 수익률 사이에 존재하는 균형관계를 설명하는 핵심적 재무이론으로 인식되고 있다. 특히, 실무적 관점에서 증권시장에서 증권의 가격을 결정하는 유용한 이론적 근거를 제공하는 것으로 평가받고 있다. 이에 대한 공헌으로 Markowits & Sharpe는 1990년 노벨경제학상을 수상하게 된다(발표 당시에 Lintner는 이미 사망하였기에 수상하지 못하였음).

는 경우 가용 가능한 위험포트폴리오 집합체(feasible risky portfolio set)는 E를 제외한 {A, B, C, M, D}가 될 것이다. 그러나 연기금 펀드 운용자는 중도 탈퇴급여 및 정상 퇴직급여 등 현금유동성을 일정부분 확보하여야 하는 관계로 정기예금 혹은 단기 국공채와 같은 무위험자산에 대한 투자지분을 유지함이 보편적이다.

연기금 투자 컨설팅 과정에서 투자대상은 위험자산뿐만 아니라 무위험자산도 포함하는 효율적 분산투자를 전제로 연기금을 운용하여야 함을 강조하여야 한다. 따라서 무위험자산이 존재하게 될 경우 기존의 효율적 투자선인 호(AE)를 지배하는 새로운 효율적 투자선은 반직선(OM)이 되며, 이를 CAPM이론에서는 자본시장선(Capital Market Line)이라고 한다. 이는 무위험자산이 존재할 경우의 마코비츠의 효율적 투자선에 해당한다고 그 의미를 부여할 수 있다.

<그림 IV-2> 위험자산과 무위험자산의 효율적 자산배분



위 그림에서 위험허용도는 펀드 관리자(투자자)가 예상되는 미래 기대수익률로부터 위험을 어느 정도까지 수용할 수 있는지를 나타내는 위험수준을 나타낸다. 즉, 투자자의 위험성향(risk preference)에 따라 결정되는 위험-수익률 선택문제(risk-return tradeoff effect)이다. 선관주의 투자의무가 있는 펀드 관리자는 보수적 입장을 취함이 일반적이다. 특히 연기금 관리자의 경우 예정수익률(assumed actuarial rate)에 근거하여 연금 지급상황에 따라 미지급사태 혹은 지급지연사태가 발생하지 않도록 위험허용도를 설정하여야할 것이다. 마지막으로, 연기금의 현금유동성 문제를 해결하기 위해서는 반드시 포트폴리오 구성비율은 “0%<α<100%”인 소극적 투자자(passive investor)의 입장을 견지하여야 하기 때문에, 가용 가능한 위험허용도는 M점 이내로 설정되어야 현실적 의미를 부여할 수 있다.

나. Tobin의 평균-분산 정리

이번 절에서는 마코비츠의 효율적 투자선 혹은 자본시장선이 주어진 경우 연기금 자산의 투자대상 선정과정에 대해 살펴보기로 한다.

투자 컨설팅의 최종단계에서 기업주는 자기의 기대효용을 최대화하는 자본시장선상의 임의의 포트폴리오를 선정하게 될 것이다. 일반적으로, DB 연기금 투자자들은 위험회피적이지만 투자자의 위험선호도에 따라 선정하는 최적포트폴리오(optimal portfolio)는 다를 수가 있다. 이를 설명하는 경제학적 도구로서 일반적으로 효용함수(utility function) 개념[25]을 도입하여 설명한다. 현실적으로 위험회피형 투자자(risk-averter)

---

25) 효용함수의 개념은 스위스의 수학자이며 물리학자인 Daniel Bernoulli (1700-1782)의 “세이트 피터스버그 파라독스(Saint Petersburg Paradox)"에서 출발한다. 부언설명하면, 스위스 바젤대학교(Basel University) 수학과 교수로 재직 중, 러시아의 세인트 피터스버그 대학(Saint-Petersburg State University)에 교환교수로 활동하면서 피터스버그 과학아카데미에서 발표한 논문에서 당시까지 통용되어온 부

라고 하더라도 개인별 효용함수는 각자 다를 수가 있으므로 논리적 한계가 있음을 우선 인지할 필요성이 있다. 1947년 발간된 von Neumann & Morgenstern의 대표적 저서 「Theory of Games and Economic Behavior」에서 그들은 기대효용가설(expected utility hypothesis)을 제기하면서, 위험을 수반하는 최적투자결정(optimal risk decisions)은 기대효용의 극대화 기준에 의하는 것이 어떠한 기준보다 유용하다는 것을 입증하였다. 이들의 가설은 지금까지 불확실성하에서의 투자결정이론으로서 일반적으로 받아들여지고 있는 이론으로 정립되었다. 물론 정확한 투자자들의 정확한 기대효용값을 산출하기 위해서는 우선 효용함수의 형태가 정해져야 하며, 다음으로 미래 예상투자수익률의 분포에 대한 정보가 주어져야 한다. 현실적으로, 이 두 조건을 만족하기는 불가능하므로 유용한 범위이내에서 기대효용을 산정할 수 있는 간편한 방법의 개발이 필요하게 된다.

이러한 현실적 한계점에 대한 (제한적) 해결책을 Tobin(1958)이 발표하게 되었다. 즉, 마코비츠의 평균-분산기준에 특정 효용함수를 도입함으로써 효용극대화 전략을 수립할 수 있는 이론적 근거를 제공하고 있다. 본 연구에서는 이를 Tobin의 평균-분산 정리(mean-variance theorem)라고 부르기로 한다. 좀 더 구체적으로 살펴보면,

㉠ 투자자의 효용함수가 2차함수로 특징 지워지는 경우

㉡ 포트폴리오의 미래수익이 정규분포를 따르는 경우

상기 ㉠ 혹은 ㉡의 경우, 기대효용은 다음과 같이 표현됨을 토빈이 최초로 증명하였다(물론 논리전개과정에 대한 모호성을 제기하는 학자들도 있음). 즉, 임의의 포트폴리오의 미래수익을 나타내는 확률변수를

(wealth)의 개념인 physical fortune에서 추가적으로 moral fortune이라는 개념을 새로이 도입함으로써 시작되었다고 볼 수 있다("Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk", paper of the Imperial Academy of Science in Petersburg, Vol. V, 1738 참조). 따라서 효용함수는 함수값에 그 의미를 부여하기보다는, 의사결정과정에서 우선순위(ranking among alternatives)를 결정하는 상대적 비교 값을 제공함에 그 의의가 있다.

R이라고 하면 투자자의 기대효용은 R의 기대수익과 분산의 함수로 표현된다. 즉,

$$E[U(R)] = f(E(R),\ Var(R))$$

그러나 토빈의 연구는 기본 전제 ㉠과 ㉡에서 출발하여 도출된 결과라는 한계로 인해 일반성의 문제가 상존하게 된다. 아울러, ㉠의 경우 합리적 투자자의 입장을 설명하기에는 현실적 부족함이 있다는 단점이 있다[26]. 그러나 이러한 제약점을 극복할 수 있는 근거를 Samuelson(1970)이 제공함으로써 평균-분산 접근법은 이론적 완성도를 제고하게 된다.

다. Samuelson[27]의 평균-분산 분석

샤뮤엘슨(1970)의 논문이 발표되기 전까지, 마코비츠(1952), 토빈(1958)으로 대표되는 평균-분산 접근법은 발표 이후 10여년간 많은 학자들에 의해 일반성이 부족하다는 지적을 받아왔다. 이는 이미 지적한 바와 같은 "토빈의 정리"의 기본 가정의 제약점 및 증명과정에서 발생하는 다소의 모호성에 기인한 결과로 판단된다. 이러한 일반성 부족문제를 이론적 증명과정을 통하여 근본적으로 해결하는 연구결과[28]가 발표되게 되었다. 왜냐하면, 분포에 대한 가정 혹은 효용함수에 대한 특정 전제 없이 다음과 같은 주요 연구결과를 제시하였기 때문이다.

논문은 상당히 복잡한 계량 경제학적 접근법을 사용하고 있다. 다소

---

26) 대표적으로 2차함수가 설정되면 효용의 불포화만족(non-satiation)에 위배됨.

27) Paul A. Samuelson(1915-)은 1940년에 약관 25세에 MIT 경제학과 조교수로 시작하여 현재 교수로 재직 중이며, 미국 민주당의 뉴딜정책 경제학자로 유명하다. 화폐경제, 금융경제, 거시 및 미시 경제 등 경제학의 전 분야에 걸쳐 놀라운 업적을 보이고 있으며, 이러한 업적으로 노벨 경제학상(1970)을 수상함.

28) The Review of Economic Studies에 "The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments"라는 제목으로 1970년 10월에 발표함.

의 무리가 있지만 간략히 살펴보면, 적용된 기본가정은 위험회피형 효용함수(risk-averse utility function)에 대하여 포트폴리오의 미래수익이 밀집성 분포(compact or small-risk distribution)[29]를 따른다고 전제하고 있다. 또한 임의의 효용함수에 대하여 테일러 전개식(Taylor series expansion)을 적용하여 기대효용을 극대화하는 자산배분문제를 설정하고 있다. 주요 연구결과는 다음으로 요약 된다[30].

첫째, 기대효용 극대화 관점에서 포트폴리오 자산배분결정을 할 경우, 평균에 대한 3차 이상의 적률(moments)은 무시할 수 있다.

즉, $E(R) \equiv \pi$, $E[(R-\pi)^n] \equiv M_n$ (μ에 대한 n차 적률, nth moment about mean μ)에 대하여, M_3, M_4, M_5, ... ≈ 0 $(as\ \sigma \to 0)$.

둘째 2차 적률(분산)은 투자자의 기대효용에 평균만큼 중요도가 높다.

즉, $E[U(R)] = f(E(R), Var(R))$라는 토빈의 결과를 더욱 강화하는 결과로 해석할 수 있다.

종합적으로 정리하면, 마코비츠의 평균-분산 기준은 개념적 출발점에서 시작하여 토빈에 의해 수리적으로 보완되고 최종적으로 샤뮤엘슨에 의해 일반성이 강화된 것으로 이해할 수 있다.

3. 평균-분산 무차별 근사곡선 도출

이미 개요에서 언급한 것처럼, 상기 현학자들의 종합적 결과는 평균-분산 접근법에 의해 최적 자산배분을 결정함에 무리가 없음을 알 수 있었다. 아울러, 연기금 포트폴리오 수익률이 정규분포성을 갖는다고 설정

29) 포트폴리오의 미래수익 확률변수 R이 밀집성 분포를 따름은 관련 위험이 매우 작아짐에 따라(σ → 0) 기대수익 μ 중심으로 밀집되는 분포를 의미한다. 부언하면 일반성을 유지하기 위해서, 정규분포와 같은 극단적인 분포를 설정하고 있지는 않지만, 왜도(skewness) 및 첨도(kurtosis)가 매우 작은 분포를 설정하고 있음을 알 수 있다.

30) 이영기 · 남상구 공역, 투자론 5판, 2002, pp 192-193참조.

하여도 현실적 일반성을 해하지 않는다는 것을 알 수 있었다.

그러나 상기의 현학자들은 구체적 기대효용함수를 제시하지 않고 있다. 여기에서 우리는 상기의 문헌연구 결과에 근거하여 본 연구에서 채용할 무차별곡선의 함수 형태를 도출하고자 한다.

아래에서 전개할 계량적 방법론은 효용함수에 대하여 Samuelson(1970), Lipman(1989), Balzer(1995) 등에서 방법론으로 채용하고 있는 테일러 전개식(Taylor series expansion)[31]에 근거한다. 결론적으로 제시하고자 하는 수리모형은 평균-분산 무차별곡선(mean-variance indifference curve)[32]이다. 이는 현대 재무관리이론에서 보편적으로 언급되고 있는 평균-분산 모형에 해당한다. 여기에서 적용되는 기본 전제조건을 다시 요약정리하면 다음과 같다.

㉠ 토빈에서처럼, 연기금 자산의 일정 (중장기) 단위기간의 투자수익률 (i_t)은 정규분포(μ*, σ*²)를 따른다. 단, 제II장에서 기술한 가정(B4)을 적용하면, $\mu^* = r + \alpha \bullet \mu$, $\sigma^{*2} = (\alpha \bullet \sigma)^2$ 임을 알 수 있다.

㉡ 샤뮤엘슨에서처럼, 임의의 불특정 위험회피형 효용함수 $U(.)$을 설정하고 기대수익률(μ*) 주위에서 미분 가능하다.

상기 기본가정 ㉠ 및 ㉡을 적용하면 다음과 같은 근사식을 구할 수 있다. 즉, 예상 투자수익률 효용함수에 대하여, μ*에 대한 테일러 전개식을 적용한 결과이다.

---

31) 효용함수 자체의 완만한 연속성(smooth continuity)을 전재하기에는 현실적 으로 무리가 있다는 주장도 있다. 대표적으로 Lipman(1989)은 많은 투자자들의 경우 효용함수는 연속성이 있는 것이 아니라 다수의 점프가 존재하는 불연속성이 존재하므로 미분에 의한 테일러 전개식 접근법은 현실적 문제가 내재한다고 주장하였다.

32) 평균-분산 좌표상에서 기대효용이 같은 (평균, 분산) 좌표점들을 연결한 선을 의미한다.

$$U(i_t) \simeq U(\mu^*) + U'(\mu^*) \bullet (i_t - \mu^*) + \frac{U''(\mu^*)}{2!} \bullet (i_t - \mu^*)^2 + \text{나머지 고차항} \tag{IV-1}$$

상기 식에서 기대값을 취하면,

$$\begin{aligned} & E[U(i_t)] \\ & \simeq U(\mu^*) + U'(\mu^*) \bullet E[(i_t - \mu^*)] + \frac{U''(\mu^*)}{2!} \bullet E[(i_t - \mu^*)^2] + E[\text{나머지 고차항}] \end{aligned} \tag{IV-2}$$

다음으로, $E[(i_t - \mu^*)^n] \equiv M_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ 이라고 두면,

$$\begin{aligned} & E[\text{나머지 고차항}] \\ & = \frac{U^{(3)}(\mu^*)}{3!} M_3 + \frac{U^{(4)}(\mu^*)}{4!} M_4 + \frac{U^{(5)}(\mu^*)}{5!} M_5 + \frac{U^{(6)}(\mu^*)}{6!} M_6 + \cdots \\ & = 0 + \frac{U^{(4)}(\mu^*)}{4!} (3\sigma^{*4}) + 0 + \frac{U^{(6)}(\mu^*)}{6!} (15\sigma^{*6}) + \cdots \\ & \approx 0 \end{aligned} \tag{IV-3}$$

여기에서, 홀수 적률은 모두 평균(μ*)에 대한 비대칭 정도(왜도 값)를 나타내는 측도이므로 정규분포의 대칭성으로 인하여 모두 0이 됨은 당연한 결과이다. 또한 짝수 적률은 평균에서 퍼져있는 정도를 측정하는 것 즉, 예상투자수익률이 평균수익률을 벗어나는 정도를 측정하는 것이므로 투자수익률의 불확실성을 나타낸다고 볼 수 있다. 부언하면, 미래의 예상투자수익률의 위험을 측정하는 것이다.

그러나 아래 <표 IV-1>에서 알 수 있듯이, 포트폴리오 구성이 소형주식 및 대형주식을 위험자산으로 분류, 국공채를 무위험자산으로 분류하더라

도 포트폴리오의 예상수익률의 4차 적률, 6차 적률, 8차 적률 등 고차 적률은 평균수익률에 영향을 주지 않을 만큼 수치가 미미함을 알 수 있다.

따라서 평균과 분산만 그 중요도를 인정하고 나머지 고차항의 중요도를 무시하는 근사적 수치(0의 값을 부여)는 현실적 적합성이 있다고 할 수 있다[33]. 이는 수치적으로 샤뮤엘슨의 주요 연구결과를 한층 더 강화하는 결과로 평가받기에 충분하다고 판단된다.

<표 IV-1> 1926년~2002년 미국 투자수익률의 평균 및 표준편차

구분	소형주식	대형주식	장기국채	중기국채	단기국채
평균(μ)	17.74%	12.04%	5.68%	5.35%	3.82%
표준편차(σ)	39.30%	20.55%	8.24%	6.30%	3.18%

주1: 국채는 미국 국무성 채권(T-Bill)을 의미한다.
주2: 소극적 투자자의 입장을 견지하는 DB 연기금 펀드 관리자 관점에서 살펴보면, 대표적 무위험자산은 단기국채(1개월 T-Bill), 대표적 위험자산은 대형주식으로 설정할 수 있을 것이다.
자료: Bodie et al.(2005, p147) 재구성.

결론적으로, 논리의 일반성을 해하지 않으면서 우리는 평균-분산 분석 을 다음과 같은 단순화 모형으로 대체할 수 있을 것이다.

$$E[U(i_t)] \simeq U(\mu^*) + \frac{U''(\mu^*)}{2!} \cdot E[(i_t - \mu^*)^2] \qquad \text{(IV-4)}$$

위 식에서 기대효용함수의 형태를 확정하기 위해서는 두 가지 개념을

33) 실제로 정규분포의 적률생성함수(moment generating function)를 이용하여 계산한 결과, 예상한 대로 홀수 적률은 모두 0이며 (∵ 정규분포의 μ*에 대한 대칭성), 짝수 적률은 다음과 같은 규칙성이 있을 발견할 수 있다. 즉,

$$M_n = 1 \times 3 \times 5 \ldots \times (n-1) \times \sigma^{*n}, \; n = 2, 4, 6, \ldots.$$

도입할 필요성이 있으며, 이에 대한 논리적 합리성을 견지하여야 할 것이다. 물론 도입될 개념적 해석은 마코비츠, 토빈 및 샤뮤엘슨의 연구결과, 즉 평균-분산 분석에 의한 최적 자산배분전략과 일관성을 유지하여야 할 것이다.

첫째, $U(\mu^*)$에 대한 함수형태를 설정하기 위해서 그 의미를 파악할 필요성이 있다. 투자자의 기대효용에 대하여 투자자에게 주어지는 일종의 기대보상(reward)으로 설명할 수 있을 것이다. 왜냐하면, 두 번째 항 $\frac{U''(\mu^*)}{2!} \cdot E[(i_t - \mu^*)^2]$ 는 기대보상에 대한 불확실성, 즉 기대보상의 위험정도를 나타내는 것으로 그 의미를 부여할 수 있기 때문이다. 이와 같은 측면을 고려하여 본 연구에서는 다음과 같이 정의한다.

$$U(\mu^*) \equiv E(i_t) \tag{IV-5}$$

둘째, $\frac{U''(\mu^*)}{2!} \cdot E[(i_t - \mu^*)^2]$ 에 대한 함수형태를 설정하기 위해서 그 의미를 파악하여야 한다. 우선, DB 연기금 투자자는 보수적 입장을 견지하는 위험회피형이므로, 한계효용체감의 법칙(law of decreasing marginal utility)이 적용된다. 즉, $U''(\mu^*) < 0$ 이다. 또한, 한계효용체감의 정도는 투자자들의 특성, 위험-보상 특성(risk-reward characteristics), 에 따라 위험에 대한 회피 정도가 다르게 나타날 것이다. 이러한 위험회피 정도를 나타내는 위험회피계수(risk aversion coefficient) λ를 도입할 필요성이 있다.

참고 사항으로 투자자들의 위험 선택 유형에 따른 위험회피계수의 특성은 다음으로 정리된다.

<표 IV-2> 투자자 유형별 위험회피계수

구분	위험선호형	위험중립형	위험회피형
λ값	λ < 0	λ = 0	λ > 0

주1: 위험회피 혹은 위험선호 정도가 클수록, λ 절대값은 더욱 커진다.
주2: 위험회피형에서 재무적으로 안전적인 투자자(financially secure investors)일수록 일반적으로 λ값은 작다.

본 연구에서 우리가 관심이 있는 것은 위험회피형 투자자이므로, 식(IV-4)에서 투자자의 특성에 따라 평균(μ*)에 대한 위험회피 정도를 측정하는 측정치를 정의할 필요성이 있다. 경제학에서 일반적으로 사용되고 있는 평균(μ)에 대한 위험회피계수 $A(\mu^*)$는 다음과 같이 정의된다[34]. 즉,

$$A(\mu^*) = -\frac{U''(\mu^*)}{U'(\mu^*)} \qquad \text{(IV-6)}$$

여기에서, 분모 $U'(\mu^*)$는 $A(\mu^*)$을 평준화(normalization)하기 위해 도입된 항이다. 왜냐하면 동일한 효용함수에 대해서는 동일한 위험회피계수를 산정하는 것이 논리적으로 타당하므로, 효용등가함수들(equivalent utility functions)에 대해서 동일한 값을 부여하기 위해 도입된 일종의 조정계수의 역할을 하기 때문이다(Luenberger(1998, pp230-233) 참조). 부언 설명하면, 임의의 효용함수 $U(x)$와 $U(x)$의 일차선형 효용함수 $V(x) = b + a \bullet U(x)$ (단, $a > 0$)는 효용등가함수이며, 위험회피계수 또한 동일함을 쉽게 확인할 수 있다. 그러므로 한계효용체감의 정도 $U''(\mu^*)$가 개별 투자자들의 실제적인 위험회피정도를 측정한다고 볼 수

34) 엄밀히 표현하면 Arrow-Pratt absolute risk aversion coefficient라고 함. 또한, $T(\mu^*) \equiv \frac{1}{A(\mu^*)}$를 위험허용도(riks tolerance levels)라고 정의하기도 함(Borch, 1990, p42).

있다. 우리는 이와 같은 논리적 근거에서 위험회피계수를 다음과 같이 정의한다. 즉, 식(IV-4)에서

$$U''(\mu^*) = -\lambda \tag{IV-7}$$

실제로 미국 자본시장에서의 광범위한 실증분석 결과에 의하면, 위험회피형 투자자들의 위험회피계수는 일반적으로 2.0~4.0 수준의 값을 갖는 것으로 보고되고 있다[35].

다음으로, $\frac{E[(i_t - \mu^*)^2]}{2!}$ $(= \frac{\sigma^{*2}}{2})$의 수리적 의미를 파악할 필요성이 있다. 실제로 투자자들의 경우 기대투자수익률 혹은 평균에 못 미칠 가능성에 대해 관심을 집중하게 된다. 이를 다운사이드 위험(downside risk 혹은 shortfall risk)이라고 한다. 따라서 예상 투자수익률의 정규성을 가정하였으므로, 투자자가 실제로 보상을 바라는 위험은 바로 평균의 왼쪽 부분에서 투자성과가 발현될 가능성이다. 그러므로, 투자자가 위험-보상 관계에서 관심의 대상이 되는 위험범위는 전체 총량위험 (σ^{*2})이기보다는 다운사이드 위험 $(\frac{\sigma^{*2}}{2})$으로 한정된다는 의미이다.

이상의 논의를 종합적으로 정리하면, 우리가 채용하고자 하는 기대효용함수는 다음 식으로 확정된다. 즉,

$$E[U(i_t)] = E(i_t) - \frac{\lambda}{2} \cdot Var(i_t) \tag{IV-8}$$

본 연구에서는 우리는 상기식을 평균-분산 무차별 근사곡선 (mean-variance approximate indifference-curve)이라고 부르기로 한다. 주지하는 바와 같이, 상기 식은 마코비츠-토빈-샤뮤엘슨의 평균-분산 분

35) Bodie et al.(2005, p213) 참조.

석 접근법과 일치하며 투자론에서 일반적으로 채용되는 간편 모형과도 일치함을 알 수 있다.

다음 절에서는 본 뉴만 & 모겐스텐의 기대효용 가설에 근거하여, 최적자산배분 결정에 대해 다룬다.

4. 최적 연기금자산 배분 전략

지금까지의 논의의 결과는 기대효용 극대화 문제를 구축하고 포트폴리오 자산별 최적 구성비율을 도출하는 것으로 귀결된다. 우선, 이해의 편의를 위하여 제II장에서 기술한 가정(B4)을 요약하여 다시 정리하면, 우리의 자산배분 전략의 유형 및 예상투자수익률의 분포에 대한 기본 구조는 아래와 같다.

단위투자기간	무위험자산	위험자산
투자구성비	$1-\alpha$	α
투자수익률	$r \quad (r > 0)$	$r+\epsilon_{t+1}$, $\epsilon_{t+1} \sim iid\ N(\mu > 0,\ \sigma^2 < \infty)$

물론, 논의의 일관성 차원에서 예상투자수익률(i_t)에 대한 평균 및 분산을 위의 기본구조에 맞추어 재산정하여야 한다.

최종적으로, 우리의 효용극대화를 위한 최적 자산배분 문제는 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$\underset{\alpha}{Max} \left\{ E(i_t) - \frac{\lambda}{2} \bullet Var(i_t) \right\} \qquad \text{(IV-9)}$$

제약식 : $E(i_t) = r + \alpha \bullet E(\epsilon_t) = r + \alpha \bullet \mu,$

$Var(i_t) = \alpha^2 \bullet \sigma^2$

우리의 목적함수인 기대효용은 α에 대한 2차 함수이고, 2차 항의 계수가 음수($-\frac{\lambda}{2}$)임을 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 α에 대하여 미분을 취하여 0으로 두면, 우리는 유일한 최적 α (이하 α^*라고 표기함)을 구할 수 있다. 즉,

$$\alpha^* = \frac{\mu}{\lambda \bullet \sigma^2} \qquad \text{(IV-10)}$$

도출된 최적 위험자산 구성비율(α^*)은 분산에 의해 측정된 위험과 투자자의 위험회피 정도에 대해 반비례함을 보여주고 있다. 아울러, 위험자산투자에 따르는 보상적 차원의 위험 프리미엄(risk premium)인 "μ"에 정비례하지만 위험프리미엄의 분산(σ^2)에 반비례하다는 것을 알 수 있다.

다음 절에서는 퇴직연금 도입 1년의 성과에 해당하는 퇴직연금 적립금 현황(금융감독원 퇴직연금 종합안내 자료)에 근거하여 계략적으로 적립금 자산배분 운용 현황에 대해 살펴보기로 한다.

5. 퇴직연금 자산배분 현황

퇴직연금제도를 도입한 1년의 계량적 성과는 퇴직연금 적립금 규모로 추정할 수 있을 것이다. 현재, 금융감독원 홈페이지에서 '퇴직연금종합안내'란을 설정하여 별도로 운영하고 있으며 필요한 제도설명, 금융기관별 운용실적 등 필요한 자료를 공시하고 있다.

여기에서 우리는 금융기관별 퇴직연금 적립금 현황(예를 들어 아래의 <표 IV-3>)을 참조하여 금융권별 자산운용현황에 대해서 파악하고자 한

다. 단, 공시되는 자료가 DB 퇴직연금만 별도로 제시되고 있지 못한 관계로 계략적 현황에 대해서만 살펴보기로 한다(아래의 <표 IV-4> 참조). 왜냐하면, 아직까지 운용실적(운용 자산별 투자수익률의 평균 및 분산 등)에 대한 결과가 보고되고 있지 않고 사용자 및 펀드관리자의 위험 회피 계수에 대한 객관적 정보를 확보할 수 없는 상황이므로 최적 위험자산 구성비율을 제시할 수 없기 때문이다.

<표 IV-3> 퇴직연금 적립금 현황(전 금융권 합계)

(단위: 백만)

구 분 년월	원리금보장		실적배당			기 타	합 계
	예/적금	채 권	보험상품		간접 투자	대기 자금	
			금리형	실적배당			
0512	2,601	-	4,620	149	896	8,073	16,339
0601	10,120	-	4,981	568	4,544	1,927	22,140
0602	13,548	-	8,417	657	6,292	2,463	31,377
0603	24,602	-	11,244	1,036	9,819	6,701	53,401
0604	37,614	39	13,486	1,800	13,338	11,141	77,418
0605	51,177	39	21,318	1,825	19,275	12,201	105,835
0606	73,872	39	26,535	2,141	25,199	18,038	145,824
0607	90,443	40	34,836	2,763	29,389	5,254	162,725
0608	98,322	38	73,669	3,043	32,969	9,640	217,682
0609	111,060	39	245,170	3,528	41,177	20,907	421,880
0610	128,745	39	266,530	4,040	48,481	19,793	467,628
0611	157,587	39	292,331	4,872	54,713	54,206	563,748

주1: 금융감독원 공표자료에 의하면 DB, DC, IRA별로 자산운용 실적을 구별하고 있지 않음. 따라서 상기 자료는 퇴직연금 적립금 전체의 자산운용 실적임.
주2: 대기자금(고유계정대, 발행어음 등)이며 0610, 0611자료는 추정치임
자료: 금융감독원 퇴직연금종합안내 자료(2007.01.09) 재구성

금융권별 연기금 자산 배분 전략은 위험자산 구성비로 대별될 수 있다. 물론 위험자산과 무위험자산에 대한 구분의 모호성이 상존하는 문제점이 있지만, 금융권별 자산배분전략의 차별성을 제시하기에 충분하다고 판단된다. 아래의 <표 IV-4>에서 제시된 바와 같이, 특징적으로

제시되고 있는 금융권은 손해보험업과 증권업임을 알 수 있다.

우선, 손해보험업은 생명보험업처럼 DB 적립금이 대부분을 차지하고 있음에도 불구하고 자산배분전략은 생보권에 비해 아주 보수적임을 알 수 있다. 이는 손보권이 실적배당형 상품을 운용해 본 경험이 미천함에 연유하는 것으로 판단된다. 다음으로, 증권은 은행권과 대별해서 비교할 수 있을 것이다. 즉, 두 금융권 모두 DC 적립금이 대부분을 차지하고 있지만, 증권업 특성상 실적배당형 투신상품에 치중하고 있음을 알 수 있다. 결론적으로, 금융권별 차별화 전략을 실행하고 있음은 금융권별로 집중하는 연금컨설팅 내용의 차이에서 발생한다고 판단된다. 이는 퇴직연금제도 운용에서 강조되고 있는 금융권별 연금컨설팅 과정에서 제시되는 위험회피계수가 금융기관별로 차별성이 발생하기 때문인 것으로 추론된다.

마지막으로 미국의 자본시장의 투자운용실적을 참조하여, 보수적 입장에서의 위험자산 구성비율을 제시하면,

$$\alpha^{*}(\text{미국 예시}) = \frac{\mu}{\lambda \bullet \sigma^{2}} = \frac{12.04\%}{4 \bullet (20.55\%)^{2}} \simeq 0.7128(\text{약 } 71.28\% \text{ 수준}).$$

(산출 정보)

- 1926년～2002년 미국 단기국채(1달 T-Bill) 평균 투자수익률 = 3.82%
- 1926년～2002년 미국 대형 보통주 평균 투자수익률 = 12.04%

∴ 위험프리미엄(μ) = 8.22% & 위험프리미엄의 표준편차(σ) = 20.81%

- 위험회피계수: $\lambda = 4.0$ (일반적으로 2.0-4.0 수준이지만 보수적 관점)

일례로 제시된 미국의 경우와 비교하면 현행 우리의 퇴직연금 적립금의 자산배분 형태는 지극히 보수적 관점에서 연기금 운용 컨설팅이 이루어지고 있는 것으로 추정된다. 물론 이러한 추론은 우리 자본시장과 미국 자본시장의 투자성과가 다르고, 아울러 제도 도입단계에서 투자자들이 보편적으로 느끼는 불안 심리로 인한 소극적 금융행위(passive financial behavior) 등으로 논거의 객관성을 견지하기가 힘든 것 또한 사실이다.

<표 IV-4> 퇴직연금 위험자산 구성비율 추계

년 월	위험자산 구성비율(α) (DB : DC + IRA 비중)				
	전 체	생 보	손 보	은 행	증 권
0512	55.80% (39.0:61.0)	3.86% (52.9:47.1)	0.16% (96.2:3.8)	75.12% (32.9:97.1)	91.49% (11.0:89.0)
0601	31.80% (33.6:66.4)	12.36% (49.9:50.1)	0.52% (93.8:6.2)	32.09% (27.0:73.0)	99.51% (13.1:86.9)
0602	30.00% (27.7:72.3)	11.16% (32.2:67.8)	0.75% (86.0:14.0)	31.03% (24.9:75.1)	97.75% (9.6:90.4)
0603	32.87% (32.2:67.8)	14.77% (39.3:60.7)	0.82% (85.8:14.2)	32.65% (30.1:69.9)	95.51% (13.5:86.5)
0604	33.94% (35.7:64.3)	36.85% (54.3:45.7)	0.95% (75.2:24.8)	27.68% (29.9:70.1)	93.88% (19.5:80.5)
0605	31.46% (37.0:63.0)	26.81% (64.6:35.4)	0.93% (67.1:32.9)	24.04% (29.1:70.9)	83.80% (17.5:82.5)
0606	31.12% (37.1:62.9)	16.22% (63.5:36.5)	0.99% (59.6:40.4)	28.18% (32.1:97.9)	79.88% (18.6:81.4)
0607	22.99% (36.9:63.1)	8.64% (62.1:37.9)	1.15% (54.5:45.5)	17.94% (31.5:68.5)	80.93% (20.2:79.8)
0608	20.97% (47.2:52.8)	9.05% (80.5:19.5)	1.23% (51.3:48.7)	18.35% (30.6:69.4)	78.74% (19.8:80.2)
0609	15.55% (66.4:33.6)	10.21% (84.6:15.4)	0.06% (97.4:2.6)	20.34% (31.1:68.9)	79.33% (17.7:82.3)
0610	15.46% (66.7:33.3)	10.16% (85.7:14.3)	0.07% (97.2:2.8)	17.90% (32.8:67.2)	80.92% (20.6:79.4)
0611	20.18% (66.7:33.3)	18.94% (87.1:12.9)	0.13% (97.0:3.0)	21.90% (33.9:66.1)	76.61% (23.5:76.5)
평 균	**28.51%**	**14.92%**	**0.65%**	**28.94%**	**86.53%**

주1: 금융감독원 퇴직연금 종합안내자료(2007.01.09)를 근거로 재수정.
주2: 원리금보장 자산은 무위험자산으로, 실적배당 및 기타 자산은 위험자산으로 분류하여 α값을 산출하였음. 즉, $\alpha \equiv \frac{[\text{실적배당}+\text{기타}]\ \text{자산}}{\text{합계}}$