

V. 연기금 적립위험 최적관리전략

1. 개요

연기금 적립위험을 최소화하는 적립관리(funding management)가 이번 장의 주된 목적이다. 연구의 대상은 퇴직연금제도를 시행하는 임의의 사업장에 대하여 총체적 운용관리업무를 수행하는 해당 금융기관의 관점에서 수행한다.

따라서 제II장에서 다른 개별적립방식(individual funding method)을 적용하여 가입근로자 각각에 대해서 산정된 표준기여금, 표준부채, 퇴직급여 등의 개인별 항목들을 가입근로자 전체에 대하여 총합한 계리적 회계 정보에 근거한 계리적 분석을 수행한다. 또한 해당 사업장의 연기금 평가 결과로 발생할 가능성이 높은(계리적) 잉여금 혹은 부족금을 상각하는 방법론으로 제II장에서 이미 설명한 이연상각방식(spread pension funding method)을 보조 적립방식으로 채용하고 있다.

다음으로, 장기적 적립위험을 최소화하는 전략을 수립하기 위해 도입되는 분석도구는 (뒤에서 상술할)극한 평균-분산 접근법(limiting mean-variance approach)이다. 이는 최적자산배분전략 수립을 위해 도입한 평균-분산 접근법과 논리적 일관성을 유지하지만, 적립의 기본원칙이 장기적 안정성에 더 많은 중요성을 두고 있다.

최종적으로, 여기에서 우리가 도출하고자 하는 최적관리전략은, 제I장 <그림 I-2>에서 명시한 것처럼, 최적 평가 이율(i^*)을 구하고, 다음으로 이연상각방식상의 최적상각율(k^*)을 규정함으로써 완성될 것이다. 물론 제IV장에서 이미 도출한 최적위험자산구성비(α^*)로 대표되는 최적자산배분전략은 (i^* , k^*)로 대표되는 적립위험 최적관리전략을 구축함에 충분히 반영될 것이다. 왜냐하면, <그림 I-2>에서 잘 알 수 있듯이, 이들 전략 구축은 상호 순차적으로 때론 피드백 차원에서 상호 관련성을 가지기 때문이다.

2. 표준부채 vs. 연기금 자산 성장모형

운용관리 업무를 수탁한 금융기관의 위탁 사업장내의 모든 가입근로자 전체의 표준부채 및 연기금 자산 성장모형을 구축한다. 이해의 편의를 위해 여기에서 적용되는 가정을 요약하면,

- 제II장 모형화 가정 I은 표준부채 성장모형 구축에 적용된다. 그리고
- 제II장 모형화 가정 II는 연기금 자산 성장모형 구축에 적용된다.

가. 표준부채 성장모형

먼저, 주요변수들에 대해 살펴보기로 한다.

해당사업자의 DB연금규약에서 규정하고 있는 퇴직급여산출공식에 의해 향후 발생할(혹은 이미 발생한) 가입근로자별 연금급여채무의 계리적 현가(actuarial present value)의 총합인 표준부채($AL(t)$)를 산정할 수 있다. 이는 특정 적립방식에 의해 합리적으로 제시되는 적립방식상의 연금부채(funding liabilities)이며, 대부분의 경우, 즉 적립율 목표가 100%인 경우, 연기금 적립 목표값으로 설정된다. 또한 특정 적립방식에 의해 산출되는 주요 변수로 표준기여금($NC(t)$)을 언급할 수 있다. 이는 단위 평가기간(통상적으로 1년)의 근로에 의해 발생할 것으로 기대되는 가입근로자별 퇴직연금채무 추가 발생분의 총합을 의미하며, 회계학적 관점에서 당기근무원가(current service cost)로 표현된다. 그리고 단위 평가기간 동안, 가입근로자의 퇴직사유에 의해 지출될 것으로 추정되는 계리적 퇴직급여 총액을 $EB(t)$ 라고 표현한다.

이들 주요 변수들은 모두 모형화 가정 I의 (A7) '항상적 연령분포' 가정에 의해 모두 상수임을 알 수 있다.

즉, $\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ 에 대하여,

$$AL(t) = AL, \quad NC(t) = NC, \quad EB(t) = EB \quad (V-1)$$

단위 평가기간이 경과함에 따라 위의 계리적 변수들 간의 상호 관련성을 표준부채를 중심으로 일반 모형화 하면, 아래와 같은 제1차 재귀식(first-order recursive equation)으로 표현된다. 이는 표준부채의 성장 추세를 특징짓는 것으로 일종의 성장모형(growth model)이다. 즉,

$$AL(t+1) = (1 + i_v) \cdot [AL(t) + NC(t) - EB(t)] \quad (V-2)$$

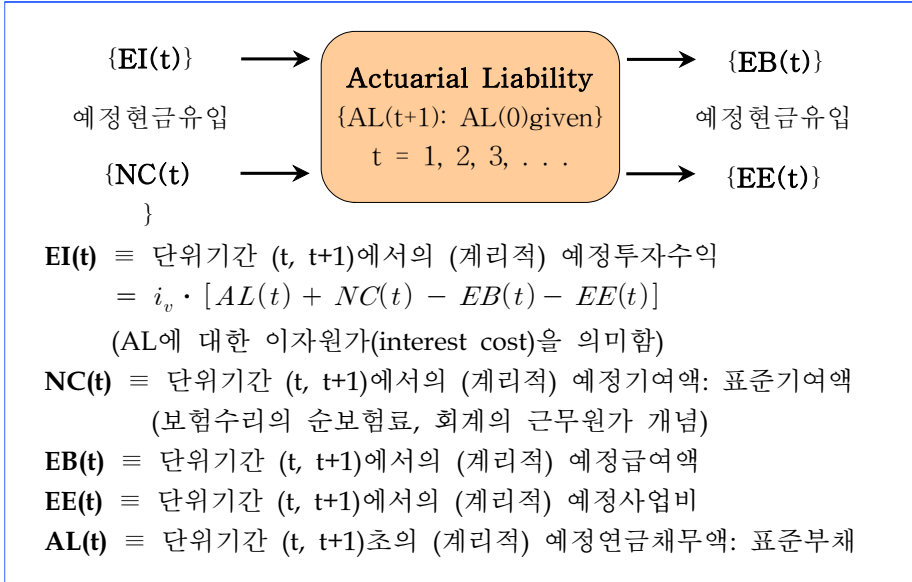
위의 선형재귀식(V-2)에 대하여 식(V-1)을 적용하면, 현대 연금계리분야에서 최초로 균형성숙방정식(equation of equilibrium or maturity)개념을 정의한 Trowbridge(1952) 모형으로 정리됨을 알 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} AL &= (1 + i_v) \cdot [AL + NC - EB] \\ \Leftrightarrow \frac{i_v}{1 + i_v} \cdot AL + NC &= EB \end{aligned} \quad (V-3)$$

상기 균형식은 (i_v, NC, EB, AL) 4변수 중에서 3변수가 확정되는 나머지는 관계식에 의해 결정되는 수리적 의미를 내포하고 있다. 궁극적으로는 DB 연금제도의 라이프 사이클(일반적으로 성장기, 성숙기, 쇠퇴기로 대별되는)관점에서 변수들 간에 상기 균형식이 성립하면 연금제도는 성숙기에 진입한 것으로 판단되는 주요 축도로 자주 활용된다.

이상의 논의를 총괄적으로 일반화(예정사업비 부분을 포함)하여 요약정리하면 아래의 그림으로 표현됨을 쉽게 확인할 수 있다.

<그림 V-1> 표준부채 성장모형



주1: 모든 예정현금흐름(평가 추정액)은 단위평가기간 초에 발생함을 전제로 함.

주2: 일반적으로 예정사업비는 사용자가 전적으로 부담하므로 연금계리학에서 모형화할 경우 EE(t)는 논의에서 배제됨.

나. 연기금 성장모형

표준부채 성장모형과 대표적 차별성은 모형화 가정 II의 가정(B4)에 의해 특징 지워진다. 즉, 표준부채 성장모형이 계리적으로 추정된 값(기대값을 중심으로 예측된 확정된 값)에 의한 확정적 모형(deterministic model)인 반면, 연기금 성장모형은 예상 투자수익률이 확률변수³⁶⁾인 관계로 확률론적 모형(stochastic model)이라는 점을 인지할 필요성이 있다. 기타 모형에 수반되는 변수들에 대한 설명은 아래의 <그림 V-2>에서 부연한 바와 같다.

따라서 표준부채의 성장모형에서처럼 장기재정추계에 사용되는 연기금 자산의 성장모형은 가정(B4)에 의해 다음과 같은 제1차 확률적 재귀

36) 즉, $i_{t+1} = r + \alpha \cdot \epsilon_{t+1} \sim iid N(r + \alpha \cdot \mu, \alpha^2 \sigma^2)$.

식(first-order stochastic recursive equation)으로 특징 지워진다. 즉,

$$F(t+1) = (1 + r + \alpha \cdot \epsilon_{t+1}) \cdot [F(t) + C(t) - B(t)] \quad (V-4)$$

여기에서, $F(t)$ 는 상태변수(state variable)이고 마코브특성(Markov property)을 가짐을 알 수 있다. 왜냐하면, $\epsilon_{t+1} \sim iid N(\mu, \sigma^2)$ 이기 때문에 평가시점 t 까지 경험된/알려진 정보집합(information set or σ -field up to time t) \mathcal{J}_t 에 대하여 다음이 성립하기 때문이다. 즉,

$$P[F(t+1)|\mathcal{J}_t] = P[F(t+1)|F(t), C(t), \alpha_t]$$

추가적으로, 현행 실무적 관점에서 퇴직급여($B(t)$)에 대해 언급하고자 한다. 대부분의 선진국에서는 연기금 운용관리에서 퇴직급여지급액은 가입비율방식(contract-ratio method)에 의해 이관 가치(transfer value)를 산출하고 있다. 그러나 우리의 특수 환경을 반영하여 근퇴법 시행령 제9조(확정급여형퇴직연금의 적립금 수준) 및 노동부고시 제2005-29호(2005.10.05)에서 법정최소적립비율을 60%로 설정하고 있음을 알 수 있다(노동부 고시에 의한 최기과거근무채무(IPSL)의 상각스케줄 <표V-1> 참조). 이러한 관계로 퇴직급여지급액은 적립비율방식(funded-ratio method)에 의해 이관 가치를 산출하도록 되어 있다. 따라서 현행 실무적 관점을 반영한다면, 실제로 지급되는 퇴직급여액은 다음과 같이 산출되어야 할 것이다. 즉,

$$B(t) = EB(t) \cdot \frac{F(t)}{AL(t)}$$

<표 V-1> 현행 IPSL 법정 최소상각 연도별 스케줄

IPSL 상각액	1년 미만	1년 이상 ~ 3년 미만	3년 이상 ~ 6년 미만	6년 이상 ~ 10년 미만	10년 이상
AC(1차년)	$IPSL \times \frac{60}{100}$	$IPSL \times \frac{30}{100}$	$IPSL \times \frac{20}{100}$	$IPSL \times \frac{15}{100}$	$IPSL \times \frac{12}{100}$
AC(2차년)	0	$IPSL \times \frac{30}{100}$	$IPSL \times \frac{20}{100}$	$IPSL \times \frac{15}{100}$	$IPSL \times \frac{12}{100}$
AC(3차년)	0	0	$IPSL \times \frac{20}{100}$	$IPSL \times \frac{15}{100}$	$IPSL \times \frac{12}{100}$
AC(4차년)	0	0	0	$IPSL \times \frac{15}{100}$	$IPSL \times \frac{12}{100}$
AC(5차년)	0	0	0	0	$IPSL \times \frac{12}{100}$

주1: 근퇴법 시행령 제9조의 법정최소적립비율 60%를 적립목표로 하여 IPSL 상각 계획 규정함(정액상각법(최대 5년, 이자무시)을 적용함).

주2: IPSL를 분리하여 상각한다는 관점에서 미국식 접근법(30년간 원리 균등 상각)과 매우 유사함.

본 연구에서는 이러한 실무적 지침을 배제하기 위하여, 가정(A1) 및 (A6)에서 정상퇴직급여만을 설정하고 지급액은 근퇴법상의 최소정상퇴직일시금만을 지급한다고 설정하고 있다. 아울러, 항상적 연령 분포 구조 가정(A7)을 추가로 적용하면,

$$B(t) = EB(t) = B \quad (V-5)$$

결론적으로, 모형화 가정 I, II 및 상기 식(V-5)을 적용하면 표준부채 및 연기금 자산 성장모형은 다음과 같이 각각 간단히 재수정된다.

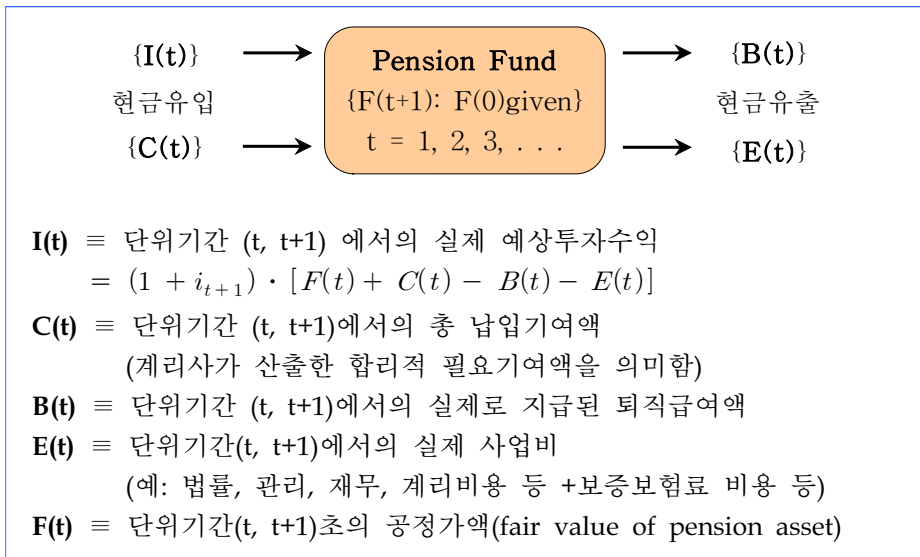
$$AL = (1 + i_v) \cdot [AL + NC - B] \quad (V-6)$$

$$F(t + 1) = (1 + r + \alpha \cdot \epsilon_{t+1}) \cdot [F(t) + C(t) - B]$$

이하의 논의 과정에서 우리가 사용할 모형은 모형 (V-6)으로 한정한다.

다. 다음 절에서는 이연상각방식의 모형을 도입하고, 이연상각방식에서 관리대상 변수(controlled variable)로 설정하고 있는 손익 통제 비대칭 위험 그리고 이러한 비대칭위험에 의해 추가적(연쇄적)으로 발생하는 적립관리 비대칭 위험 등의 측도에 대해 구체적으로 다룬다.

<그림 V-2> 연기금 자산의 확률론적 성장모형



주1: 모든 현금흐름(실현된 실제 평가액)은 단위평가기간 초에 발생함을 전제로 함.
 주2: 일반적으로, 실제사업비는 사용자가 전적으로 부담하므로 연금계리학에서 모형화할 경우 E(t)는 논의에서 배제됨. 따라서 EE(t) = E(t)임을 알 수 있다.

3. 이연상각 모형 및 손익위험 측정 모형

이연상각방식(spread pension funding method)에서 제시하고 있는 이연상각 모형에 대해 살펴보고, 모형의 우수성에 대해 간단히 검토한다. 다음으로 손익 통제위험 측정 모형에 대해 간략히 다룬다.

가. 이연상각방식의 범용성/효율성

적립관리(funding management)에서 궁극적인, 유일한 관리변수는 $C(t)$ 로 설정됨이 일반적이다. 위 <그림 V-2>에서 간략히 설명한 것처럼 실제로 연기금 자산에 납입할 기여금을 의미하며, 연기금 적립 스케줄 $\{C(t): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 은 주적립방식에 의해 산정된 $NC(t)$ 와 보조적립방식으로 언급되는 이연상각방식에 의해 $AC(t)$ 가 결정된다(아래의 <그림 V-3> 참조). 요약하면,

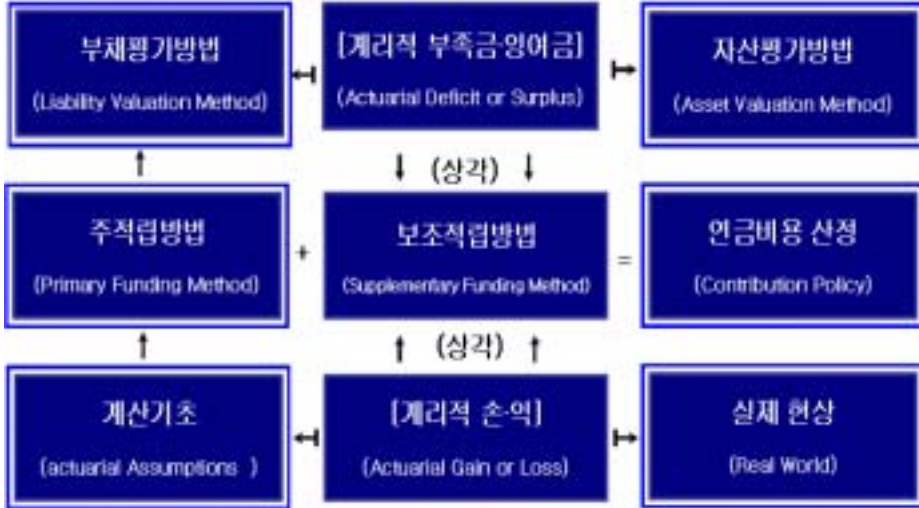
$$C(t) = NC(t) + AC(t)$$

구체적으로, $AC(t)$ 는 연금재정 평가결과로 나타나는 잉여금 혹은 부족금을 일정기간에 걸쳐 상각하는 조정 기여금(adjusting contribution)의 성격을 갖는다. 일반 수리모형은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} C(t) &= NC(t) + AC(t) \\ &= NC(t) + k \cdot [AL(t) - F(t)], \quad k = 1 / \ddot{a}_{\overline{n}|} \quad (V-7) \\ &= NC(t) + k \cdot UL(t), \quad k = 1 / \ddot{a}_{\overline{n}|} \end{aligned}$$

여기에서, $UL(t) = AL(t) - F(t)$ 으로 정의되며 (계리적으로 산출된) 미적립채무(actuarial unfunded liability)를 의미한다. 다음 절에서 좀 더 구체적으로 살펴보기에 앞서 간략히 설명하면, “ $UL(t) > 0$ ”는 평가년도(t)에 계리적 부족금, “ $UL(t) < 0$ ”는 계리적 잉여금이 발생하였음을 각각 의미한다. 한편, “ $n \in \{\text{자연수}\}$ ”은 산출된 부족금/잉여금을 향후 일정기간에 걸쳐 매 평가년도에 정규적으로 균등 상각하는 상각기간(amortization period)을 나타낸다. 특히, $k (= 1 / \ddot{a}_{\overline{n}|})$ 를 이연상각모수(spread parameter)라고 한다.

<그림 V-3> 연기금 재정 평가와 필요기여액 산출 메커니즘



그러므로 상기 식(V-7) 및 <그림 V-3>에서 명식적으로 제시하고 있는 것처럼, 적립관리변수 $C(t)$ 를 효율적으로 관리한다는 것은 $AC(t)$ 를 최적으로 결정한다는 의미이다. 왜냐하면, $NC(t)$ 는 주적립방식에 의해 기계적으로 산출되는 값으로 우리가 관리의 효율성을 논할 수 없는 변수이기 때문이다. 더 나아가, $AC(t)$ 는 이연상각모수 k 에 의해 지배되고 있음을 알 수 있다.

최적 적립관리 전략을 수립하고자 하는 본 연구의 주요 목적은 이연상각모수 k 의 값을 최적으로 결정하는 문제로 귀결된다. 이러한 결론은 상기 식(V-7)을 다음과 같이 변형하여 표현하면, 더욱 명확해짐을 알 수 있다. 또한 상기 식 (V-7)에서 상각모수가 이산변수로 정의되고 있는데 우리는 최적화 전략 관점에서 0과 1사이의 값을 갖는 연속변수로 그 범위를 확대하며, 이는 상각모수의 도입 개념의 일반성을 해하지 않는다. 아울러 모형화 가정 I, II를 적용하면, 연금 부채 및 자산의 성장모형 (V-6)과 더불어 우리가 채택하는 이연상각방식의 모형은 간단히 다음과 같이 정의된다.

$$C(t) - NC = AC(t) = k \cdot UL(t), \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (V-8)$$

여기에서, k 를 최적으로 관리하는 것은 것은 연기금 자산과 부채의 관리 오차에 관련된 변수 $UL(t)$ 그리고 기여액 관리 오차와 관련된 변수 $AC(t)$ 을 동시에 효율적으로 관리하는 결과를 가져온다. 이와 같은 측면을 강조하여 k 를 적립관리의 비효율성을 상징적으로 나타낸다고 하여 이를 벌칙이자율(penalty interest rate)이라고도 한다(Booth et al.(1999) 참조).

마지막으로 이연상각방식의 범용성에 대해 밝혀진 대표적 연구결과들을 언급하고 마무리하고자 한다.

첫째, 영국을 비롯한 유럽 국가들에서 활용되고 있으며, 일본 및 국제 기업연금회계기준(IFRS No. 19) 또한 이연상각방식에 근거하고 있다(성주호(2002) 참조).

둘째, 유럽국가들이 대차대조표의 결과(즉, <그림 V-3>의 계리적 부족금/잉여금)에 근거한 이연상각방식을 채택하고 있지만, 미국 및 캐나다 등 북미는 (당기)의 손익계산서 결과(즉, <그림 V-3>의 계리적 손익)를 합리적으로 상각하는데 초점을 두고 개발된 손익상각방법(Amortization of Losses Method)을 사용하고 있다³⁷⁾. 이 두 상각방식에 대한 비교 우위에 대한 논쟁이 여러 학자들에 의해 수행되었는데, 이들 중 대표적인 두 주요 연구 결과를 그대로 옮겨보면,

① Owadally & Haberman(2004)의 연구 결과:

“Ignoring country-specific regulatory requirements, we conclude that, for the most stable funding levels and contributionsm gains and losses should be paid off by being spread than amortised.”

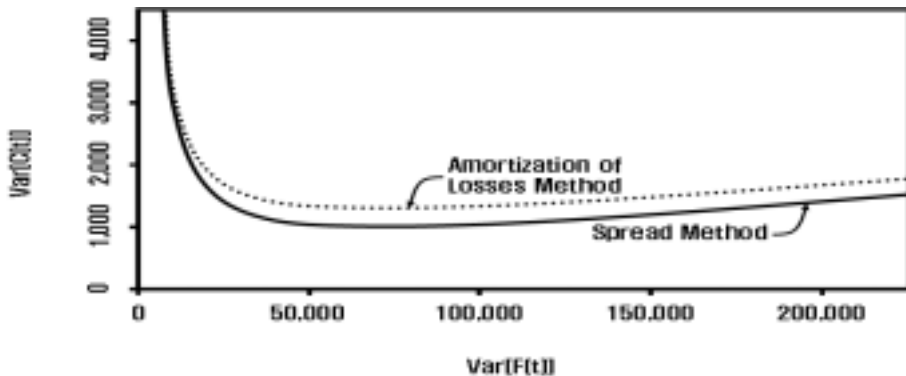
37) 손익상각법에 대한 계리적 모형 및 부연 설명은 성주호·김진억(1998) 참조.

㉞ Cairns(1995)의 연구 결과:

“... the Spread Method is certainly more efficient than the Amortization of Losses Method: that is, for any value of m in combination with the Amortization of Losses Method there is a (different) value m for which the variance of both the fund size and the contribution rate can be reduced by switching to the Spread Method.” .

위의 연구들은 공통적으로 필요기여액의 변동성 위험($Var[C(t)]$ 로 측정)과 연기금 자산의 변동성 위험($Var[F(t)]$ 로 측정) 양자 모두를 최소화 관점에서 시뮬레이션 방법에 의해 비교 우위를 측정하였다. 예를 들어 설명하면, 아래의 <그림 V-4>와 같이 수치적 결과를 도식화함으로써 이연상각방식의 효율성을 강조하고 있다.

<그림 V-4> 이연상각방식 vs. 손익상각방식 효율성 비교 예



결론적으로, 본 연구에서 이연상각방식을 채택하고 있는 근본적 이유가 위와 같은 학문적 연구 결과에 근거하고 있음을 주지할 필요성이 있다. 더욱이, 통제이론(control theory)관점에서 가장 효율적인 통제 시스템으로 평가받고 있는 피드백 시스템을 이연상각방식이 구현하고 있음

을 알 수 있다. 부연 설명하면, 상기 식(V-8)은 평가결과로 산출되는 $\{UL(t+1): t=0, 1, 2, \dots\}$ 을 정규적으로 그리고 사후적으로 조정하는 퍼드백 메커니즘 특성을 나타내고 있기 때문이다.

나. 손익위험 측정 모형

계량 연금학 분야(pension science)에서 다루는 두 가지 측면에서 살펴보기로 한다. 그 중 하나는 회계 결산 관점이고 나머지는 (순수) 연금 계리 관점이다. 우선 회계 결산 관점에서 간략히 살펴보기로 하자.

1) 회계 결산 관점

보편적으로 연금 회계 결산은 회계연도(즉, 단위평가기간) 말(末)에 모든 거래가 이루어지는 것으로 가정하여 결산을 수행하는데(all transactions are assumed to be to occur at the year end), 이는 이자 계산의 편의를 제고하고 아울러 발생주의 원칙(accrual basis)에 부합하기 때문인 것으로 판단된다. 기본적 손익 통제위험을 측정하는 메커니즘(부채법과 자산법으로 대별됨)을 알아본다. 먼저, 부채법(liability approach)은 <표 III-1>에서 설명한 PBO 관점에서 살펴보기로 한다. 주지하는 바와 같이 PBO는 PUM 방식에 의해 계리적으로 산출되는 결과이며, 회계사는 이를 기반으로 결산을 수행하게 됨을 인지할 필요성이 있다. 그러면, 적용되는 결산시점을 '06년 말 그리고 1년을 단위평가기간으로 설정하여 주요 결산 과정을 살펴보면,

- {㉠: '05년 말 결산시점의 계리적 평가액, 즉 '05년 기말 PBO}
- + {㉡: '06년 기시시점에서 계리적 가정 변경, 급여설계 변경 사항 등을 기존 근로가입자들에게 적용함으로써 추가로 발생하는 계리적 과거근무채무(Post-PSL) ($\cong 0$)}

$$\text{㉠} + \text{㉡} = \text{'06년 기시 PBO}$$

- + {㉢: 급여공식에 의해 '06년 평가기간 발생한 연금채무 증가액, 당기 근무원가(current service cost)}
- + {㉣: '06년 적용평가이율에 의한 PBO 증식 이자(interest cost on liability). 즉, 증식이자 = ('06년 기시 PBO)×('06년 적용평가이율)}
- {㉤: '06년 평가기간에 실제로 지급된 퇴직급여 총합}
- {㉥: '06년 말 결산시점의 계리적 평가액, 즉 '06년 기말 PBO}

{㉦: '06년도 계리적 부채 손익(actuarial gain/loss on obligation)}

상기 '06년 평가기간의 결산 결과(㉦)에 대한 최종적 해석은 “+”이면 계리적 당기 익(益)이 발생한 것이고 “-”이면 계리적 당기 손(損)이 발생하였음을 의미한다.

다음으로, 위의 부채법에서처럼 동일한 회계연도를 적용한 자산법(asset approach)에 대해 살펴보자. 여기에서 주의할 점은 부채에 대하여 평가이율(할인율)을 적용하는 것처럼 자산에 대해서도 예정투자수익률을 가정한다는 점이다. 주요 결산 과정을 살펴보면,

- {a}: '06년 기시시점에 평가한 연기금 자산의 공정가액(시가)}
- + {b}: '06년 기대투자수익(expected return on pension assets)}
- + {c}: '06년 평가기간의 실제 납입 기여액}
- {d}: '06년 평가기간에 실제로 지급된 퇴직급여 총합(= 부채법 ㉔)}
- {e}: '06년 말 결산시점에 평가한 연기금 자산의 공정가액(시가)}

{f}: '06년도 계리적 자산 손익(actuarial gain/loss on pension assets) 주지하는 바와 같이 부채법의 해석과는 반대 방향으로 표현된다. 즉, 상기 결산 결과(f)의 수치가 “+”이면 계리적 당기 손(損)이 발생한 것이고, “-”이면 계리적 당기 익(益)이 발생한 것이다.

결론적으로, '06년도 계리적 당기 총 손익은 “ $\square - f$ ”로 정의된다. 물론 총 손익이 “+”이면 계리적 당기 익(益), “-”이면 계리적 당기 손(損)이 발생하였음을 각각 의미한다.

2) 연금 계리 관점

현행 보험사의 이원별 손익분석법(contribution method of profit distribution)과 유사함을 아래에서 기술할 내용을 통하여 쉽게 확인할 수 있을 것이다. 우선 본 연구에서 이연상각법을 채용하여, 계리 관점에서 운용관리상에서 발생한 손익 통제위험을 최적으로 관리한다는 기본 목적은 B/S관점에서 접근한다는 것이다. 이미 식(V-7)에서 정의된 미적립채무($UL(t) = AL(t) - F(t)$)를 주된 관리의 대상으로 설정하고 있음을 의미한다. 이와 같은 측면에서 우리는 다음과 같이 표현한 현학자 Wilkie(1986)의 미적립채무에 대한 인식을 추가로 고려할 필요성이 있다. 즉, “Surplus has to be measured to some funding target.”

따라서 퇴직연금제도 운용관리 업무상 발생할 수 있는 미적립채무는 Wilkie(1986)의 개념을 아래와 같이 수리 모형화하면, 크게 3가지 유형

으로 분류될 수 있을 것이다. 즉,

$$UL_W(t+1) \equiv TL(t+1) - F(t+1) \quad (V-9)$$

위식에서, $UL_W(t+1)$ 은 Wilkie(1986) 개념에 기초한 미적립채무임을 강조하기 위해 밀침자를 부여한 것이며, 적립목표(funding target)를 $TL(t+1)$ 로 표현하였다.

첫째, 법정 미적립채무(statutory unfunded liabilities)를 언급할 수 있을 것이다. 이는 운용관리업무를 관장하는 관계당국이 설정하는 적립목표를 기준으로 판단되는 측도이다. 예를 들어, 현행 근퇴법시행령 제9조를 반영한다면, $TL(t+1) = 60\% \cdot AL(t+1)$. 둘째, 운용관리 업무를 수행하는 연금전문가가 항시적 지급능력(continued solvency)을 확보한다는 차원에서 적립목표를 설정하는 경우를 생각해 볼 수 있다. 이를 편의상 지급능력 미적립채무(solvent unfunded liabilities)라고 하자. 예를 들어, Thornton & Wilson(1992)이 청산, M&A 등 기업의 존속이 어려운 상황에서도 항시적 지급능력을 확보하기 위해서 다음과 같이 제안한 적립목표가 이에 해당할 수 있을 것이다. 즉,

$$TL(t+1) \geq 120\% \cdot AL(t+1).$$

마지막으로, 우리가 보편적으로 인식하고 있는 미적립채무는 엄밀한 의미에서 계리적 적립방식에 의해 발생하는 일정의 적립 미적립채무(funding unfunded liabilities)로서, $TL(t+1) = 100\% \cdot AL(t+1)$ 을 의미한다.

이와 같은 측면에서 $UL_W(t+1)$ 을 다룸이 논의의 일반성을 제고할 수 있을 것이다. 그러나 이는 다소 기술적 문제이므로, 이미 기술한 내용과의 일관성 차원에서 식(V-7)에서 정의된 $UL(t+1)$, 즉 적립 미적립채무 개념을 적용하기로 한다.

다음으로, 손익 분석 절차에 대해 살펴본다. 식(V-2) 및 (V-4)에 의해 정의되는 미적립채무는 아래와 같다. 즉,

$$\begin{aligned}
 & UL(t+1) \\
 \equiv & AL(t+1) - F(t+1) \\
 = & (1+i_v) \times \{AL(t) + NC(t) - EB(t)\} \\
 & - (1+i_{t+1}) \times \{F(t) + C(t) - B(t)\} \\
 = & (1+i_v) \times UL(t) + (1+i_v) \times \{[NC(t) - C(t)] + [B(t) - EB(t)]\} \\
 & + [i_v - i_{t+1}] \times [F(t) + C(t) - B(t)] \quad (V-10)
 \end{aligned}$$

위 식에서 우리는 회계 결산 관점에서 종합적으로 살펴본 것처럼, 당기의 손익 변동성은 평가이율(i_v), $NC(t) - C(t)$, $B(t) - EB(t)$, $i_v - i_{t+1}$ 등에 의해 결정됨을 확인할 수 있다. 더 나아가 상기 식(V-10)에서 계리적 가정들이 당해연도에 100% 모두 실현된다면, 아래와 같이 재구성됨을 알 수 있다. 즉,

$$UL^*(t+1) = (1+i_v) \times UL(t) + (1+i_v) \times [NC(t) - C(t)] \quad (V-11)$$

따라서 이원분석 절차와 마찬가지로, “(V-10) - (V-11)”을 취하면 당해 연도에 인식하여야 할 계리적 손익이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 L(t+1) & \equiv UL(t+1) - UL^*(t+1) \\
 & = (1+i_v) \times [B(t) - EB(t)] \\
 & \quad + [i_v - i_{t+1}] \times [F(t) + C(t) - B(t)] \quad (V-12)
 \end{aligned}$$

위 식의 의미를 살펴보면, 첫째 항은 급여손익(benefit gain/loss), 둘째

째 항은 투자손익(investment gain/loss)을 나타내고 있다. 물론 $L(t+1)$ 의 값이 “+”이면 당기 계리적 손(損)이 발생한 것이고, “-”이면 계리적 당기 익(益)이 발생한 것이다.

특히, McGill et al.(1996)에서 $L(t+1)$ 을 경험 계리적 손익(experience gains and losses)이라고 부르고, 미래의 불확실성에 기인한 필연적 결과로 설명하고 있다.

더 나아가, 상기 식(V-12)에 모형화 가정 (A1), (A7) 및 (B1)을 적용하면 $B(t) = EB(t) = B^{38}$ 이므로,

$$L(t+1) = [i_v - i_{t+1}] \times [F(t) + C(t) - B(t)] \quad (V-13)$$

위 식은 본 연구에서 예상투자수익률의 변동성에 의한 손익 통제위험을 다룬다는 연구의 기본 설정과 일치함을 보여주고 있다. 이상의 논의 과정에서 회계적 관점의 당기 손익은 사후 정산적 수치(balancing figure)를 도출하는 반면, 계리적 관점의 당기 손익은 이원별 손익의 합으로 제시된다. 그러므로 위험관리 측면에서 계리적 접근이 상대적으로 더 효율적이다.

마지막으로, 계리적 당기 손익 그리고 과거 계리적 손익들 중 미상각된 잔여분의 총합이 당기의 미적립채무인 점에 연구의 초점을 둔다. 연금 재정의 당기 평가결과는 아래의 <그림 V-5>에서 제시된 것처럼 함축적으로 산출하여 운용관리 업무에 일반적으로 활용되고 있다. 따라서 이미 강조한 바와 같이, 본 연구에서 운용관리 업무의 주된 관리 대상은 궁극적으로 미적립채무임을 인지할 필요성이 있다.

38) 식(V-5) 참조.

<그림 V-5> 평가년도 말 연금 재정 요약표

표준기여액 계리현가 APV[NC(t+1)]		예상 장래급부 계리현가 APV[EFB(t+1)]
퇴직연금채무 (책임준비금) AL(t+1)	미적립채무 UL(t+1)	 기발생 채무 Past Service Liability
	연금자산 F(t+1)	+ 장래 발생 채무 Future Service Liability

4. 손익위험의 평균·분산 분석

가. 개요

모형화 가정 II의 가정 (B2) 및 (B4)에 의해 우리가 다루는 식 (V-6), (V-8) 및 (V-13) 모두 확률과정(stochastic process)에 의해 지배됨을 알 수 있다. 왜냐하면, 예상투자수익률 $\{i_{t+1}: t = 0, 1, 2, \dots\}$ 이 랜덤워크 확률과정이므로, $\{L(t+1): t = 0, 1, 2, \dots\}$, $\{F(t+1): t = 0, 1, 2, \dots\}$, $\{UL(t+1): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 그리고 $\{AC(t): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 모두는 통계적 시계열이기 때문이다.

특히, 연기금 운용관리 업무상 발생하는 손익 통제위험을 <그림 I-1>을 비롯하여 서론 부분에서 이미 언급한 지급능력위험(solvency risk) 및 기여위험(contribution risk)으로 대별하고, 이들을 수리 모형화 할 것이다. 이들은 $\{UL(t+1): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 및 $\{AC(t): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 변동성으로 정의될 것이며, 우리는 이들을 동시에 최소화하는 적립전략을 수립하게 될 것이다. 물론 최적 자산배분전략에서 도입된 평균-분산 접근법을 적용할 것이다. 더 나아가, 연기금 재정의 장기적 안전성을 확보하는 운용관리 업무의 최대 현안을 구현하기 위해 우리는 극한 평균-분산 접근법(limiting mean-variance approach)을 사용할 것이다.

나. 지급능력위험의 평균-분산 재귀식

주지하는 바와 같이 현재까지 위험에 대한 범용적 정의는 존재하지 않는다. 그러나 일반적으로 변동성/불안정성(volatility)으로 언급되며, 위험의 측정은 분산(표준편차) 등으로 측정된다. DB 연금 운용관리상에서 지급능력과 명시적으로 관련된 변수로서 $\{UL(t): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 을 설정하고, 이들 시계열의 변동성을 지급능력위험이라고 정의한다. 평균-분산 접근법에 의해 지급능력위험을 최소화하는 손익 통제위험 관리 전략을 수립한다. 따라서, $\{(E[UL(t+1)], Var[UL(t+1)]): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 에 대해 살펴보기로 한다. 상기 식(V-6), (V-8) 및 (V-13)을 활용하면, 다음과 같은 통계적 선형 재귀식을 도출할 수 있다. 여기에서 우리가 유의하여야 할 점은 이미 제IV장에서 식(IV-10)에 의해 규정된 최적 자산 배분전략에 의해 α 의 최적화를 구현하였다는 것이다. 즉, $\alpha = \alpha^*$ 이다.

$$\begin{aligned}
 UL(t+1) &\equiv AL(t+1) - F(t+1) \\
 &= (1 + i_v) \cdot [UL(t) - AC(t)] \\
 &\quad + (i_v - r - \alpha^* \cdot \epsilon_{t+1}) \cdot [F(t) + C(t) - B] \\
 &= (1 + i_v) \cdot (1 - k) \cdot UL(t) + L(t+1) \\
 &= (1 + r + \alpha^* \cdot \epsilon_{t+1}) \cdot (1 - k) \cdot UL(t) \quad (V-14) \\
 &\quad + \frac{i_v + r - \alpha^* \cdot \epsilon_{t+1}}{1 + i_v} \cdot AL
 \end{aligned}$$

위 식에서 상태변수(state variable) $UL(t)$ 는, 앞에서 설명한 $F(t)$ 에서처럼, 마코브 특성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다. 왜냐하면, 평가시점 t 까지의 정보집합, $\psi(t) = \{UL(0), UL(1), \dots, UL(t)\}$, 에 대하여 다음이

성립하기 때문이다. 즉,

$$P[UL(t+1)|\psi_t] = P[UL(t+1)|UL(t)]$$

우선, 조건부 기대값 성질(Mood(1963) 참조)을 이용하여 위식(V-14)에 기대값을 취하면 기대값에 대한 선형재귀방정식이 도출됨을 알 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} E[UL(t+1)] &= E\{E[UL(t+1)|\psi(t)]\} \\ &= (1 + r + \alpha^* \cdot \mu) \cdot (1 - k) \cdot E[UL(t)] \\ &\quad + \frac{i_v - r - \alpha^* \cdot \mu}{1 + i_v} \cdot AL \\ &= \phi(\alpha^*, k) \cdot E[UL(t)] + R(\alpha^*, i_v) \end{aligned} \quad (V-15)$$

여기에서,

$$\phi(\alpha^*, k) = (1 + r + \alpha^* \cdot \mu) \cdot (1 - k) \quad \text{그리고}$$

$$R(\alpha^*, i_v) = \frac{i_v - r - \alpha^* \cdot \mu}{1 + i_v} \cdot AL .$$

한편, 제도 시행단계에서 이미 확정적으로 결정되는 $UL(0)$ 에 대하여 위식(V-15)의 해를 구하면,

$$E[UL(t)] = \phi(\alpha^*, k)^t \cdot UL(0) + \frac{R(\alpha^*, i_v) \cdot [1 - \phi(\alpha^*, k)^t]}{1 - \phi(\alpha^*, k)} .$$

운용관리 업무 측면에서 위의 해가 유효한 의미를 갖기 위해서는, 궁극적으로 유한한 값으로 수렴하여야 할 것이다. 이를 보증하기 위해서

는, 아래와 같은 추가적인 조건이 필요하게 된다. 즉,

$$0 \leq \phi(\alpha^*, k) < 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{1 + r + \alpha^* \cdot \mu} < k \leq 1 \quad (\text{V-16})$$

편의상 이하에서는 조건(V-16)을 만족하는 k 를 k^\diamond 라고 표기한다.

지급능력위험을 측정하기 위해 위와 유사한 방법으로 상기 식(V-14)에 조건부 분산 성질(Mood(1963) 참조)을 적용하면,

$$\text{Var}[UL(t+1)] = E\{\text{Var}[UL(t+1) | \psi(t)]\} + \text{Var}\{E[UL(t+1) | \psi(t)]\}.$$

먼저, 첫째 항의 기대값을 구하면

$$\begin{aligned} & E\{\text{Var}[UL(t+1) | \psi(t)]\} \\ = & E\left\{[(1 - k^\diamond) \cdot UL(t) \cdot \alpha^* \cdot \sigma]^2 + \left[\frac{AL}{1 + i_v} \cdot \alpha^* \cdot \sigma\right]^2\right\} \\ & - E\left\{2 \frac{(1 - k^\diamond) \cdot UL(t) \cdot AL}{1 + i_v} \cdot (\alpha^* \cdot \sigma)^2\right\} \\ = & (\alpha^* \cdot \sigma)^2 \cdot \{(1 - k^\diamond)^2 \cdot \text{Var}[UL(t)]\} \\ & + (\alpha^* \cdot \sigma)^2 \cdot \left\{[(1 - k^\diamond) \cdot E[UL(t)] - \frac{AL}{1 + i_v}]^2\right\} \\ = & \tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 \cdot \text{Var}[UL(t)] + \left\{\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(t)] - Q(\alpha^*, i_v)\right\}^2 \quad (\text{V-17}) \end{aligned}$$

여기에서,

$$\tau(\alpha^*, k^\diamond) = (\alpha^* \cdot \sigma) \cdot (1 - k^\diamond) \quad \text{그리고}$$

$$Q(\alpha^*, i_v) = \frac{\alpha^* \cdot \sigma \cdot AL}{1 + i_v} .$$

다음으로, 둘째 항의 분산을 구하면

$$\begin{aligned} & \text{Var}\{E[UL(t+1)|\psi(t)]\} \\ &= \text{Var}\{\phi(\alpha^*, k^\diamond) \cdot UL(t) + R(\alpha^*, i_v)\} \\ &= \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2 \cdot \text{Var}[UL(t)] \end{aligned} \quad (\text{V-18})$$

결론적으로, 상기 식(V-17)과 (V-18)에 의해, 본 연구에서 당기의 지급 능력위험의 측도로 사용할 미적립채무의 분산은 다음과 같은 선형채귀식에 의해 특징 지워짐을 알 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} & \text{Var}[UL(t+1)] \\ &= [\tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 + \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2] \cdot \text{Var}[UL(t)] \\ & \quad + [\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(t)] - Q(\alpha^*, i_v)]^2 \end{aligned} \quad (\text{V-19})$$

위 식(V-19)의 일반해를 수학적 귀납법(mathematical induction)을 적용하여 순차적으로 구하여 보면,

$$\begin{aligned} & \text{Var}[UL(t+1)] \\ &= [\tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 + \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2]^t \cdot [\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(0)|\alpha^*, k^\diamond] - Q(\alpha^*, k^\diamond)]^2 \\ &+ [\tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 + \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2]^{t-1} \cdot [\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(1)|\alpha^*, k^\diamond] - Q(\alpha^*, k^\diamond)]^2 \\ & \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [\tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 + \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2] \cdot [\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(t-1)|\alpha^*, k^\diamond] - Q(\alpha^*, k^\diamond)]^2 \\
& + [\tau(\alpha^*, k^\diamond) \cdot E[UL(t)|\alpha^*, k^\diamond] - Q(\alpha^*, k^\diamond)]^2
\end{aligned}$$

따라서 위의 일반해가 수렴하지 않는다면(not convergent), 운용관리 업무의 실제적 실효성을 찾을 수 없다. 그러므로 운용관리 업무 측면에서 유효한 의미를 갖기 위해서는 장기적으로 수렴함을 보증할 수 있어야 한다. 이를 보증하는 아래의 추가 조건이 일반해의 수리적, 경제적인 의미를 부여하게 될 것이다. 즉, $S(\alpha^*) = (\alpha^* \cdot \sigma)^2 + (1 + r + \alpha^* \cdot \mu)^2$ 라고 두면

$$\tau(\alpha^*, k^\diamond)^2 + \phi(\alpha^*, k^\diamond)^2 < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{S(\alpha^*)} - 1}{\sqrt{S(\alpha^*)}} < k^\diamond \leq 1 \quad (\text{V-20})$$

표현의 간편성을 위하여, 이하 논의에서는 조건(V-20)을 만족하는 k^\diamond 를 k^\dagger 라고 표기한다.

다. 기여위험의 평균-분산 재귀식

상기 식(V-8)에 의하여, $\{AC(t): t=0, 1, 2, \dots\}$ 는 앞 절에서 살펴본 통계적 시계열 $\{UL(t): t=0, 1, 2, \dots\}$ 에 의해 평가기간별로 일대일로 정확하게 대응됨을 알 수 있다. 그러므로, 기여위험의 평균-분산 값들 $\{(E[AC(t+1)], Var[AC(t+1)]): t=0, 1, 2, \dots\}$ 은 미적립채무의 평균-분산 재귀식 (V15) 및 (V-18)에 의해 각각 순차적으로 결정됨을 알 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned}
E[AC(t)] &= k^\dagger \cdot E[UL(t)] \\
Var[AC(t)] &= (k^\dagger)^2 \cdot Var[UL(t)]
\end{aligned} \quad (\text{V-21})$$

결론적으로, 지급능력위험 측도와 동일 선상에서, 본 연구에서 당기 기여위험의 측도로 위 식(V-21)의 분산을 사용한다.

다음 절에서는 지금까지의 논의의 결과로 도출된 UL 및 AC 의 평균-분산 선형 재귀식을 활용하여, 어떻게 최적 평가이율을 결정할 것인지에 대해 고찰하도록 한다.

5. 최적 평가이율 전략

이미 살펴본 바와 같이, $\{(E[AC(t+1)], Var[AC(t+1)]): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 의 분석이 $\{(E[UL(t+1)], Var[UL(t+1)]): t = 0, 1, 2, \dots\}$ 에 의해 특징 지워진다. 이번 절에서는 이들의 특성을 반영하여, 모형화 가정 I의 (A4)에서 설정한 평가이율(i_v) 설정 전략에 대해 살펴보기로 한다.

지금까지의 논의 과정에서 그리고 제III-5절의 수치예시 등을 통하여 우리는 평가이율의 중요성에 대해 깊이 인지하고 있다. 부연 설명하면, 평가이율이 얼마로 결정됨에 따라, 필요기여금 C 의 목표값인 NC , 연기금 자산 F 의 목표값인 AL 등이 변동하게 된다. 따라서 i_v 의 결정은

UL 및 AC 값의 변화를 수반하게 되며, 결국 지급여력위험과 기여위험에 영향을 미치게 됨을 쉽게 알 수 있다. 또한 i_v 는 투자전략에 의해 영향을 받는 변수이며, 장기적 관점에서 필요기여금 C 및 연기금 자산 F 의 목표값과의 궁극적·장기적 차이가 평균 측면에서 최소화되도록 설정될 필요성이 있다.

이러한 고려 사항들을 참조하여 우리는 다음과 같은 평가이율 설정 전략을 실현하려고 한다. 즉, $\theta \in (0, 1)$ 에 대하여

$$\underset{i_v}{Min} \{ \theta \cdot E[AC(\infty)|\alpha^*, k^\dagger] + (1-\theta) \cdot E[UL(\infty)|\alpha^*, k^\dagger] \} \quad (V-22)$$

여기에서,

$$E[AC(\infty)|\alpha^*, k^\dagger] = \lim_{t \rightarrow \infty} E[AC(t)|\alpha^*, k^\dagger] = k^\dagger \cdot \frac{R(\alpha^*, i_v^*)}{1 - \phi(\alpha^*, k^\dagger)}$$

$$E[UL(\infty)|\alpha^*, k^\dagger] = \lim_{t \rightarrow \infty} E[UL(t)|\alpha^*, k^\dagger] = \frac{R(\alpha^*, i_v^*)}{1 - \phi(\alpha^*, k^\dagger)}$$

그리고 θ 는 두 장기 균형값의 가중치이다. 이론적 측면에서 파레토최적(Pareto optimal)으로 결정됨이 바람직하다. 그러나, 노사간의 주요 관심사가 상호 상충(즉, 기여위험과 지급능력위험에 대한 상호 관심 우선순위의 차이) 하므로, 실무적 관점에서는 이를 합리적으로 조율하는 모수로 설정되어져야 할 것이다. 이러한 합의점을 도출하는 역할 또한 운용관리 금융기관이 수행하여야 할 주요 업무 중 하나이다.

따라서 최적 평가이율은 다음과 같이 설정됨을 알 수 있다.

$$i_v^* = E[i_{t+1}|\alpha^*] = r + \alpha^* \cdot \mu \quad (V-23)$$

왜냐하면, 상기 식(V-22)에서 $R(\alpha^*, i_v^*) = 0$ 이기 때문이다.

결론적으로, 운용관리 업무에서 $C(t)$ 및 $F(t)$ 각각의 이상적 목표값에서 벗어나는 비대칭 통계적 시계열 $\{AC(t) = C(t) - NC\}$ 및 $\{UL(t) = AL - F(t)\}$ 를 동시에 조율할 수 있는 주요 관리변수(controlling variables)중에서 평가이율(i_v), 위험자산 투자비중(α)의 최적화 전략을 다루었다. 다음 절에서는 마지막으로 이연상각모수(k^\dagger)의 최적화에 대해 다룬다.

6. 최적 손익위험 상각 전략

앞에서 이미 설명한 바와 같이, 특히 제V-3-가절에서 상술한 것처럼, 이연상각방식은 적립 목표값에서 벗어나는 비대칭 통계적 시계열 $\{AC(t) = C(t) - NC\}$ 및 $\{UL(t) = AL - F(t)\}$ 의 변동성(즉, 기여위험과 지급능력위험)을 동시에 효율적으로 조율하도록 설계된 보조적립방식이다. 아울러, 적립의 장기적 안정성(funding stability)을 고려하여 상각 전략을 수립하여야 함도 요구된다. 이러한 제반 요건을 충족하는 최적 k^\dagger 을 구하기 위해, 우리는 먼저 적립성과지표(funding performance index)를 정의하여야 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 지표를 설정한다. 즉, 임의의 $\theta \in (0, 1)$ 에 대하여,

$$FPI(k^\dagger) = \theta \cdot \text{Var}[AC(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger] \\ + (1 - \theta) \cdot \text{Var}[UL(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger]$$

여기에서,

$$\text{Var}[AC(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger] = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Var}[AC(t) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger] \\ = (k^\dagger)^2 \cdot \frac{Q(\alpha^*, i_v^*)^2}{1 - [\tau(\alpha^*, k^\dagger)^2 + \phi(\alpha^*, k^\dagger)^2]} \quad ,$$

$$\text{Var}[UL(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger] = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Var}[(UL(t) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger] \\ = \frac{Q(\alpha^*, i_v^*)^2}{1 - [\tau(\alpha^*, k^\dagger)^2 + \phi(\alpha^*, k^\dagger)^2]} \quad \text{그리고}$$

θ 는 상기 식(V-22)에서와 유사한 의미를 가지지만 추가적으로는 실무

적 관점에서 기업 재무상태, 산업 동향, 기업주의 선호도(기여 안정성 혹은 급여 안전성 등에 대한) 등 제반 내·외생 변수 등을 고려하여 해당 금융기관의 연금컨설팅트에 의해, 노사관계를 고려하여, 합리적으로 조율되어 결정되어야 할 것이다. (단, 노사관계의 이해관계를 일관성 있게 조율해야할 금융기관의 관점에서는 (최적평가이율설정과정에서 도출된) 식(V-23)에 적용된 θ 는 최적 손익위험 관리 전략 수립과정에도 그대로 적용되어야 논리적 합리성을 견지할 것이다)

결론적으로, 우리의 최적화 문제(optimal control problem)는 임의의 $\theta \in (0, 1)$ 에 대하여 목적함수 $FPI(k^\dagger)$ 는 다음으로 설정된다. 즉,

$$\begin{aligned} & \underset{k^\dagger}{Min} \left[\theta \cdot Var(AC(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger) \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + (1 - \theta) \cdot Var(UL(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^\dagger) \right] \\ \Leftrightarrow & \underset{k^\dagger}{Min} \left\{ [\theta \cdot (k^\dagger)^2 + (1-\theta)] \cdot \frac{Q(\alpha^*, i_v^*)^2}{1 - S(\alpha^*) \cdot (1-k^\dagger)^2} \right\} \quad (V-24) \end{aligned}$$

위에서 정의된 최적화 문제 (V-24)는 k^\dagger 에 대한 목적함수 $FPI(k^\dagger)$ 의 정확한 형태를 파악하기 힘든 일종의 비선형계획법 문제(nonlinear programming problem)이다. 그러므로 최적해를 탐색하기 위해서 함수형태에 대한 검증이 선행되어야 한다. 따라서 k^\dagger 에 대하여 미분하여 0으로 두면,

$$\theta \cdot S(\alpha^*) \cdot (k^\dagger)^2 + [S(\alpha^*) - 2\theta \cdot S(\alpha^*) + \theta] \cdot k^\dagger - (1 - \theta) \cdot S(\alpha^*) = 0 .$$

근의 공식을 적용하면, 산출되는 두 개의 근 k_1^\dagger, k_2^\dagger (부호 동순)은

$$- \frac{[S(\alpha^*) - 2\theta \cdot S(\alpha^*) + \theta] \pm \sqrt{[S(\alpha^*) - 2\theta \cdot S(\alpha^*) + \theta]^2 + 4\theta \cdot (1 - \theta) \cdot S(\alpha^*)^2}}{2\theta \cdot S(\alpha^*)} \quad (\text{V-25})$$

먼저, 두 근 (V-25)의 적합성을 검증하여 보면, k_2^\dagger 값은 제약식 (V-20)을 충족할 수 없다($\because S(\alpha^*) > 1$ 그리고 $\theta \in (0, 1)$ 이므로 $k_2^\dagger < 0$). 따라서 k_1^\dagger 만이 적합 가능한 근이다.

다음으로, 두 개의 근이 존재하므로 목적함수 $FPI(k^\dagger)$ 는 3차 함수 혹은 4차 함수형태로 추론되며, k_1^\dagger 는 국부최대점, 국부최소점 혹은 변곡점(local maximum, local minimum or inflection point)등의 임계점일 가능성이 있다.

이상에서 살펴본 것처럼 목적함수 $FPI(k^\dagger)$ 의 불명확성, 복잡성 등으로 인하여, 최적해는 아래와 같은 수치 해석적 알고리즘에 의존할 수밖에 없다는 결론에 도달한다. 우선, 제약식 (V-20)을 알고리즘상에 엄밀히 반영하기 위하여 관리영역의 최대하한(infimum)을

$$k_0 \equiv \lim_{\zeta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{S(\alpha^*)} - 1}{\sqrt{S(\alpha^*)}} + \zeta \text{ 라고 정의하자.}$$

결론적으로, 최종 알고리즘은 아래와 같이 구축될 수 있을 것이다.

$$\begin{aligned} (\text{탐색 I}) : & \quad \left. \frac{\sqrt{S(\alpha^*)} - 1}{\sqrt{S(\alpha^*)}} < k_1^\dagger \leq 1 \right" \text{ 이면,} \\ & \Rightarrow \text{최적해 } k^* = \underset{k_1^\dagger, 1, k_0}{\text{Min}} \{FPI(k)\} \end{aligned} \quad (\text{V-26})$$

$$(\text{탐색 II}) : \quad \left. \frac{\sqrt{S(\alpha^*)} - 1}{\sqrt{S(\alpha^*)}} < k_1^\dagger \leq 1 \right" \text{ 가 아니면,}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \text{최적해 } k^* = \underset{1, k_0}{\text{Min}} \{FPI(k)\} \Rightarrow k^* = 1 (\because FPI(1) < FPI(k_0))$$

다음 절에서는 위에서 설정된 최적해 탐색 절차에 따라 산출되는 수치 최적해를 예시하고 그 의미를 분석하고자 한다.

7. 수치 예시 및 시사점

지금까지 도출된 수리모형들에 대한 최적해 예시를 제시하고자 한다. 연금컨설팅 절차는 다음과 같다. 특정 퇴직연금 사업장의 운용관리 업무를 위탁받은 금융기관은 향후 자본시장에서의 예상투자수익률에 대한 기본 가이드라인(즉, 무위험 투자수익률, 위험자산 투자에 따른 예상 위험프리미엄의 평균 및 표준편차 등)을 설정한다. 또한, 해당 사업장의 노사 관계 정도(즉, 지급능력위험에 대한 기여위험의 가중치 등) 그리고 사용자의 위험회피정도에 대하여 다양한 시나리오를 제시한다.

위의 컨설팅 과정을 통하여, 해당 금융기관이 제시하고자하는 최적해 예시를 위한 기본 정보는 다음과 같다. 이들 가정에 의한 결과는 최적 손익위험 관리절차에 의해, 아래의 <그림 V-6, 7> 그리고 <표 V-2, 3, 4>에서 주어진 것처럼 순차적으로 예시한다. 그리고 산출된 결과에 대한 주요결과는 주) 형식을 취하여 그 시사하는 바를 강조한다.

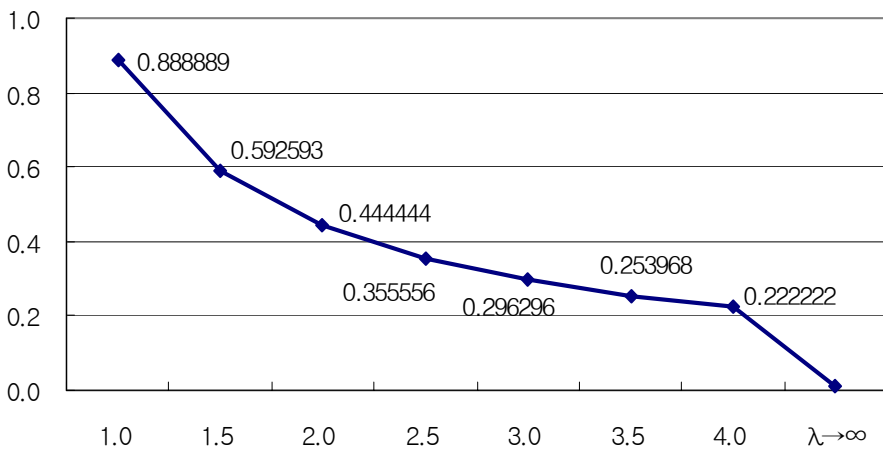
【수치 예시를 위한 기본 가정】

- 무위험자산의 예상투자수익률
: $r = 3\%$
- 위험자산 투자에 따른 평균 위험프리미엄
: $\mu = 8\%$

- 예상 위험프리미엄의 표준편차
: $\sigma = 30\%$
- 투자자의 위험자산 투자에 따른 위험회피계수
: $\lambda = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$
- 지급능력위험에 대한 기여위험의 상대적 가중치
: $\theta = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$

먼저, 상기 기본가정을 이용하여 식(IV-10)에 의해 규정되는 최적자산 배분전략의 수치 예시는 그림(V-6)과 같다. 이를 통해 위험자산에 대한 투자위험회피정도가 강하면 강할수록(즉, $\lambda \rightarrow \infty$), 최적 위험자산 투자비율(α^*)은 '0'으로 수렴함을 알 수 있다. 아울러, 수렴 속도는 점차 낮아짐을 알 수 있다. 또한 재정적으로 안전성이 높은 연기금은 위험자산에 대한 투자비율이 상대적으로 높다는 것이 일반론이다(<표 IV-2> 참조). 이러한 측면에서 위험회피정도가 강하다는 것은 그만큼 연금재정의 불안전성 혹은 해당 사업장의 재무구조의 비효율성 등이 높다고 진단할 수 있다.

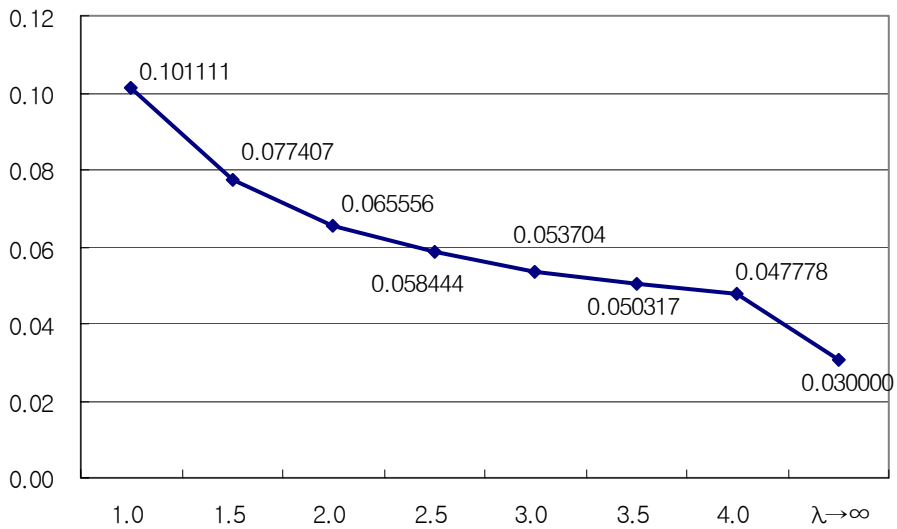
<그림 V-6> 최적 위험자산 투자비율(α^*)



위험자산에 대한 최적 투자비율을 결정한 이후에, 의사 결정하여야 할 최적 평가이율 전략은 식(V-23)에 의해 규정된다. 이를 위한 수치 예시는 그림(V-7)과 같다.

이를 통해 위험회피정도가 강하면 강할수록(즉, $\lambda \rightarrow \infty$), 최적 평가이율(i_v^*)은 무위험투자수익률($r = 3\%$)로 수렴함을 알 수 있다. 또한 상기 <그림 V-6>과 유사한 추세를 나타내는 것은 식(V-23)에서 규정한 $i_v^* = r + \alpha^* \cdot \mu$ 라는 선형관계에 기인함을 알 수 있다.

<그림 V-7> 최적 평가이율(i_v^*)



다음으로, 노사 관계 측면에서 기여위험 및 지급능력위험에 대한 상대적 가중치(θ) 그리고 해당 사용자의 투자 위험회피 정도(λ) 등에 따른 최적상각 전략의 예시는 아래의 <표 V-2>와 같다. 즉, 상기 식 (V-26)에 의해 도출된 결과이다.

이를 통해 위험자산에 대한 투자위험회피정도가 강할수록 손익상각율

이 감소함을 알 수 있으며, 지급능력위험에 비하여 기여위험의 중요성이 강조될수록 손익상각율이 감소함을 알 수 있다. 이는 결국 기여액의 변동성을 낮게 유지하는 전략으로 해석된다.

<표 V-2> 최적 손익상각율(k^*)

k^*	$\theta = 10\%$	$\theta = 30\%$	$\theta = 50\%$	$\theta = 70\%$	$\theta = 90\%$	평균
$\lambda = 1.0$	0.927231	0.800915	0.683651	0.559008	0.392726	≒ 0.645
$\lambda = 1.5$	0.922065	0.788234	0.665038	0.534544	0.359405	
$\lambda = 2.0$	0.919609	0.782271	0.656370	0.523278	0.344374	
$\lambda = 2.5$	0.918195	0.778860	0.651434	0.516903	0.335968	
$\lambda = 3.0$	0.917283	0.776665	0.648269	0.512829	0.330639	
$\lambda = 3.5$	0.916648	0.775140	0.646074	0.510011	0.326972	
$\lambda = 4.0$	0.916181	0.774021	0.644465	0.507949	0.324299	

이상에서 살펴본 최적 관리 전략의 최적해를 장기 기여위험 안정성관점(즉, $\sqrt{VAR[AC(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^*]}$ 로 측정)에서 수치 예를 살펴보면 아래의 <표 V-3>과 같다. 표에 나타난 바와 같이, 기여위험은 (θ, λ) 모두에 반비례함을 확인할 수 있다.

<표 V-3> 최적 손익위험 관리에 따른 기여위험 측정값

(단위: $\times AL(i_v^*)$)

	$\theta = 10\%$	$\theta = 30\%$	$\theta = 50\%$	$\theta = 70\%$	$\theta = 90\%$	평균
$\lambda = 1.0$	0.225324	0.199096	0.177348	0.156284	0.131059	≒ 0.087
$\lambda = 1.5$	0.152699	0.133686	0.117905	0.102418	0.082987	
$\lambda = 2.0$	0.115502	0.100676	0.088368	0.076224	0.060680	
$\lambda = 2.5$	0.092885	0.080757	0.070689	0.060725	0.047834	
$\lambda = 3.0$	0.077678	0.067426	0.058914	0.050475	0.039485	
$\lambda = 3.5$	0.066752	0.057875	0.050506	0.043190	0.033622	
$\lambda = 4.0$	0.058521	0.050696	0.044200	0.037746	0.029277	

주: 예시를 위한 기여위험 측도 = $\sqrt{VAR[AC(\infty) | \alpha^*, i_v^*, k^*]}$

장기 기여위험 안정성에 상충되는 개념으로 장기 지급능력 제고 관점 (즉, $\sqrt{VAR[UL(\infty)|\alpha^*, i_v^*, k^*]}$ 로 측정)에서 수치 예를 살펴보면 아래의 <표 V-4>과 같다. 주지하는 바와 같이, 지급능력위험은 θ 에 비례하지만, λ 에 반비례함을 확인할 수 있다.

<표 V-4> 최적 손익위험 관리에 따른 지급능력위험 측정값

(단위: $\times AL(i_v^*)$)

	$\theta = 10\%$	$\theta = 30\%$	$\theta = 50\%$	$\theta = 70\%$	$\theta = 90\%$	평균
$\lambda = 1.0$	0.243007	0.248585	0.259413	0.279574	0.333716	≒ 0.138
$\lambda = 1.5$	0.165606	0.169602	0.177291	0.191599	0.230900	
$\lambda = 2.0$	0.125599	0.128698	0.134632	0.145666	0.176204	
$\lambda = 2.5$	0.101161	0.103687	0.108513	0.117478	0.142378	
$\lambda = 3.0$	0.084683	0.086814	0.090878	0.098424	0.119420	
$\lambda = 3.5$	0.072822	0.074664	0.078173	0.084685	0.102827	
$\lambda = 4.0$	0.063875	0.065497	0.068584	0.074311	0.090278	

주: 예시를 위한 지급능력위험 측도 = $\sqrt{VAR[UL(\infty)|\alpha^*, i_v^*, k^*]}$

이상에서 살펴본 최종적인 결과는 아래의 관리의 성과 지표(control performance index) <표 V-5>로 요약된다. 기여위험은 (θ, λ) 모두에 반비례함을 확인할 수 있다. 이는 기여위험 측정값 <표 V-3>과 동일한 결과로서, 궁극적으로는 이연상각방식이 지급능력위험 관리보다는 기여위험 관리에 초점을 두고 설계된 보조적립방식임을 가시적으로 보여주고 있다.

<표 V-5> 최적 기여위험 및 지급능력 관리 결과($FPI(k^*)$)(단위: $\times AL(i_v^*)$)

	$\theta = 10\%$	$\theta = 30\%$	$\theta = 50\%$	$\theta = 70\%$	$\theta = 90\%$	평균
$\lambda = 1.0$	0.241239	0.233738	0.218381	0.193271	0.151325	≃ 0.103
$\lambda = 1.5$	0.164315	0.158827	0.147598	0.129172	0.097778	
$\lambda = 2.0$	0.124590	0.120291	0.111500	0.097056	0.072232	
$\lambda = 2.5$	0.100333	0.096808	0.089601	0.077751	0.057289	
$\lambda = 3.0$	0.083983	0.080998	0.074896	0.064859	0.047479	
$\lambda = 3.5$	0.072215	0.069627	0.064339	0.055639	0.040542	
$\lambda = 4.0$	0.063339	0.061057	0.056392	0.048715	0.035377	

다음 장에서 이상의 모형화 과정, 최적 전략 수립 과정 등의 전 과정을 통하여 퇴직연금 운용관리 업무를 수행하는 금융기관이 주요하게 판단하고 컨설팅하여야 할 사항들을 강조하는 것으로 본 연구를 마무리하고자 한다.